სუსტი გრავიტაციული ტალღები

ლუკა პონიატოვსკი

9 ივნ. 2016 წ.

ელექტრომაგნიტიზმის ანალოგიურად გრავიტაციის რელატივისტურ თეორიაში, ურთიერთქმედების გავრცელების სიჩქარის სასრულობის გამო, შესაძლებელია თავისუფალი გრავიტაციული ველის არსებობა, ანუ გრავიტაციული ტალღის. განვიხილოთ სუსტი გრავიტაციული ველი ვაკუუმში, ანუ მასიური ობიექტიდან შორ მანძილზე. ეს იმას ნიშნავს რომ, ჩვენ უნდა განვიხილოთ მინკოვსკის მეტრიკა და მისი მცირე შეშფოთება. შესაბამისად g_{ik} მეტრიკული ტენზორი უნდა მოიცეს η_{ik} მინკოვსკის მეტრიკისა და h_{ik} შეშფოთების კომბინაციით:

$$g_{ik} = \eta_{ik} + h_{ik} \tag{1}$$

სადაც:

$$\eta_{00} = 1 \qquad \eta_{0\alpha} = 0 \qquad \eta_{\alpha\beta} = -\delta_{\alpha\beta}$$

h_{ik} შეშფოთებასთან ოპერირებისას ინდა ვიცოდეთ მისი ინდექსების აწევა-დაწევა და ასევე უნდა შეგვეძლოს კო და კონტრავარიანტული მეტრიკული ტენზორის შეშფოთებების ერთმანეთისგან გარჩევა. ამისთვის გავიხსენოთ რომ $g_{ik}g^{kl} = \delta^l_i$ რის გათვალისწინებითაც

$$g_{ik}g^{kl} = (\eta_{ik} + h_{ik})(\eta^{kl} + h^{kl}) = \delta^l_i$$

საიდანაც წრფივ მიახლოვებაში შეგვიძლია ვიპოვოთ:

$$g^{ik} = \eta^{ik} - h^{ik} \tag{2}$$

რიჩის ტენზორისთვის გვექნება:

$$R_{ik} = g^{nm}R_{nimk} \approx \eta^{nm}R_{nimk}$$

ან:

$$R_{ik} = \frac{1}{2}\left(-\eta^{nm}\frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x^n \partial x^m} + \frac{\partial^2 h^n_k}{\partial x^i \partial x^n} + \frac{\partial^2 h^m_i}{\partial x^k \partial x^m} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^i \partial x^k}\right) \tag{3}$$

შემოვიღოთ h_{ik}-ს ყალიბი:

$$\psi^i_k = h^i_k - \frac{1}{2}\delta^i_k h$$

$$h \equiv h^i_i$$

$$\frac{\partial \psi^i_k}{\partial x^k} = 0 \tag{4}$$

რის შემდეგაც რიჩის ტენზოლში ბოლო სამი წევრი ბათილდება, შედეგად კი:

$$R_{ik} = \frac{1}{2}\Box h_{ik} \tag{5}$$

უნდა იღინიშნოს რომ h_{ik} სიმცირე არ განსაზღვრავს ცალვახად ათვლის სისტეიმს სათავის ზუსტ მდებარეობას და მისის სიმცირის პირობა, თუ ის სრულდება რაიმე სისტემაში, სრულდება ასევე ნებისმიერ სხვა სისტემაში, რომელიც მიიღება უკანასკნელის $x'^i = x^i + \xi^i$ გარდაქმნით, თუ ξ^i მცირე სიდიდეა. ეს განტოლებაც კი ვერ აფიქსირებს კორდინატთა სათავის არჩევანს თუ ξ ისეთია რომ $\Box\xi^i = 0$

როგორც დასაწყისში ვთქვით ჩვენ გვაინტერესებს გრავიტაციული ველი ვაკუუმში ამიტომ გვექნება:

$$\Box h^i_k = 0 \tag{6}$$

რაც ანალოგიურია ელექტრო-მაგნიტური ტალღისა, რომელიც ვრცელდება სინათლის სიჩქარით.

თუ განვიხილახთ ბრტყელ გრავიტაციულ ტალღას, რომელიც ვრცელდება x-ღერძის დადებითი მიმართულებით, ამ შემთხვევაში h_{ik}-ში შემავალი ყველა სიდიდე იქნება $ct-x$-ის ფუნქცია, ხოლო ყალიბის პირობიდან მივიღებთ რომ $\psi^1_1 = \psi^0_1 \quad \psi^1_2 = \psi^0_2 \quad \psi^1_3 = \psi^0_3\psi^1_0\psi^0_0$ და შეგვიძლია ჩავატაროთ გრადაქმნა $x'^i = x^i + \xi^i(ct-x)$ ისეთი რომ $\psi^3_2, \quad \psi^2_2 - \psi^3_3$-ის გარდა ყველა გაგვინოლდეს,ისევე როგორც $\psi^i_i = 0$. მაშინ $\psi^i_k = h^i_k$ რაც გვაძლევს ბრტყელი გრავიტაციული ტალღისთვის 2 განმსაზღვრელ სიდიდეს $h_{23}, \quad h_{22} = -h_{33}$. ეს ნიშნავს რომ გრავიტაციული ტალღა არი განივი,ირხევა yOz სიბრტყეში და აქვს პოლარიზაციის 2 შესაძლებლობა, რომლებიც განსხვავდებიან $\pi/4$ კუთხით ერთმანეთისგან.