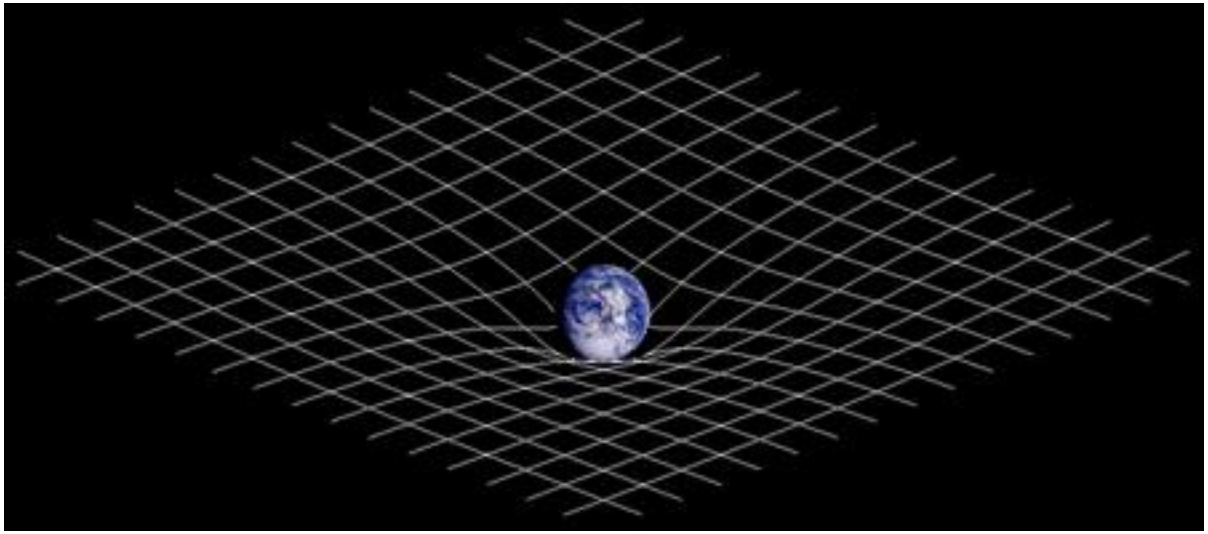
მუდმივი გრავიტაციული ველი



23/05/2016

სალომე მჭედლიძე

- *მუდმივი გრავიტავიული ველი გულისხმობს* ათვლის სისტემას, რომელშიც მეტრიკული ტენზორის g_{ik}–ს ელემენტები არ არის დროითი ცვლადის - X_0-ის ფუნქცია. ასეთ დროით ცვლადს *მსოფლიო დროს* უწოდებენ.

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$$

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta + 2 g_{0\alpha} dx^0 dx^\alpha + g_{00} (dx^0)^2$$

მუდმივი გრავიტაციული ველი შეიძლება იყოს:

- *სტატიკური*

  თუ ველს ქმნის უძრავი სხეული და ასეთ შემთხვევაში $g_{0\alpha}$ -ს კომპონენტები ნულია.

- *სტაციონარული*

  თუ მაგ. ველს ქმნის თანაბარი სიჩქარით მბრუნავი სხეული და ასეთ შემთხვევაში $g_{0\alpha}$ -ს კომპონენტები განსხვავდება ნულისგან.

- *მსოფლიო დროის ინტერვალი,* მუდმივ გრავიტაციულ ველში, ორ ხდომილებას შორის სივრცის რაიმე წერტილში ემთხვევა ნებისმიერ სხვა ორ ხდომილებას შორის დროის ინტერვალს, სივრცის სხვა წერტილში.

- ერთსა და იმავე მსოფლიო დროის ინტერვალს სივრცის სხვადასხვა წერტილში შეესაბამება სხვადასხვა საკუთარი დრო.

$$ds^2 = c^2 d\tau^2 = g_{00} (dx^0)^2$$

$$\tau = \frac{1}{c} \sqrt{g_{00}}\, x^0,$$

- არარელატივისტური მიახლოება $v/c \to 0$ - თავისთავად გულისხმობს სუსტ გრავიტაციულ ველს; ამ მიახლოებაში ლაგრანჟის ფუნქცია:

$$L = -mc^2 + \frac{mv^2}{2} - m\varphi$$

ქმედება:

$$S = \int L\,dt = -mc\int\left(c - \frac{v^2}{2c} + \frac{\varphi}{c}\right)dt$$

თუ შევადარებთ $S = -mc\int ds$, გვექნება:

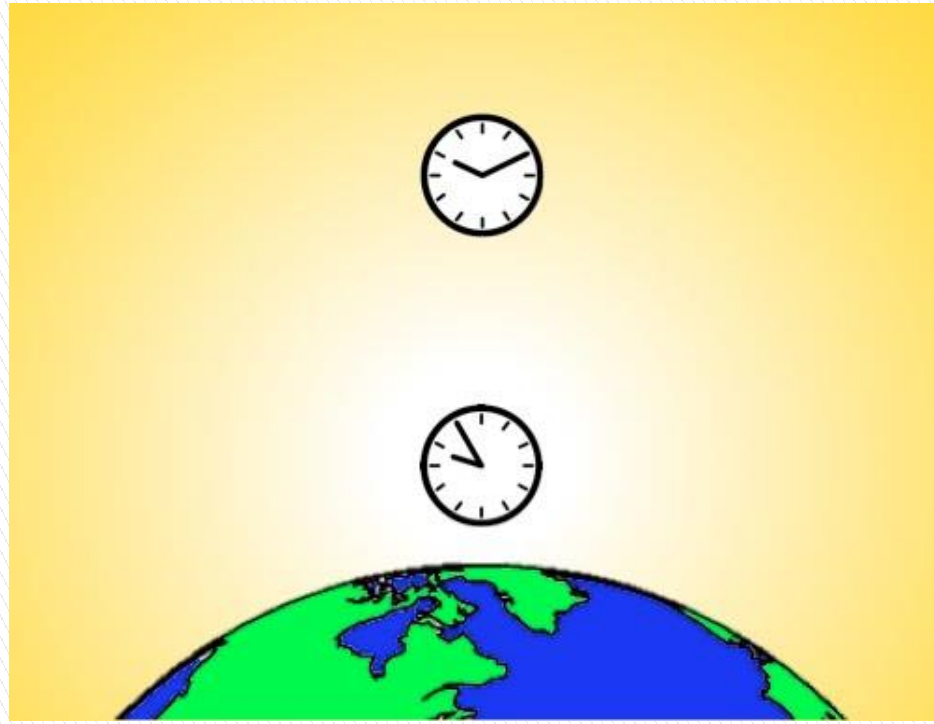
$$ds = \left(c - \frac{v^2}{2c} + \frac{\varphi}{c}\right)dt$$

$$ds^2 = (c^2 + 2\varphi)\,dt^2 - d\mathbf{r}^2$$

$$g_{00} = 1 + \frac{2\varphi}{c^2}$$

- საკუთარი დრო სუსტი ველის მიახლოებაში:

$$\tau = \frac{x^0}{c}\left(1 + \frac{\varphi}{c^2}\right)$$



- უკანასკნელი ფორმულიდან ჩანს, რომ საკუთარი დრო სივრცის მოცემულ წერტილში მით უფრო ნელა გადის რაც უფრო დიდია გრავიტაციული პოტენციალის აბსოლუტური სიდიდე. თუ ორი საათიდან ერთი იმყოფებოდა გრავიტაციული ველში რაღაც დროის განმავლობაში, მეორე კი არა, მაშინ პირველი აღმოჩნდება ჩამორჩენილი.

განვიხილოთ სინათლის გავრცელება მუდმივ გრავიტაციულ ველში

- გრავიტაციულ ველში მოძრაობის განტოლება მოცემული ფორმით

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{kl}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds} = 0.$$

არ არის სამართლიანი სინათლის გავრცელებისთვის რადგან dS=0. სინათლის გავრცელება აღიწერება ტალღური ვექტორით K, რომლისთვისაც:

$$k_i k^i = 0$$

$$k^i = \frac{\partial \psi^i}{\partial x^i}$$

სადაც ψ ფაზაა

$$g^{ik}\frac{\partial \psi}{\partial x^i}\frac{\partial \psi}{\partial x^k} = 0$$

- სინათლის სიხშირე გაზომილი მსოფლიო დროით:

$$\omega_0 = -c\frac{\partial \psi}{\partial x^0}$$

და საკუთარი დროთი: $\omega = -\partial\psi/\partial\tau$, საკუთარი დროის განმარტების თანახმად:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \frac{\partial \psi}{\partial x^0}\frac{\partial x^0}{\partial \tau} = \frac{\partial \psi}{\partial x^0}\frac{c}{\sqrt{g_{00}}}$$

საბოლოოდ სინათლის სიხშირისათვის: $\omega = \frac{\omega_0}{\sqrt{g_{00}}}$

სუსტი გრავიტაციული ველის მიახლოებაში:

$$\boxed{\omega = \omega_0\left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right)}$$

- $$\boxed{\omega = \omega_0\left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right)}$$

  გრავიტაციული პოტენციალის აბსოლუტური სიდიდის გაზრდასთან ერთად სინათლის სიხშირე იზრდება. (! არ ხდება სინათლის კონის მიზიდვა)

- თუ სინათლე გამოსხივდება წერტილიდან, სადაც გრავიტაციული პონტეციალის მნიშვნელობაა φ1 და აღწევს დაკვირვების წერტილში, რომელშიც გრავიტაციული პოტენციალია φ2, მაშინ სიხშირის წანაცვლებისთვის

$$\boxed{\Delta\omega = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{c^2}\,\omega}$$

თუ დედამიწაზე დაიკვირვება მზიდან ან ვარსკვლავებიდან წამოსული სპექტრი, ცხადია $|\varphi_1| > |\varphi_2|$ და $\Delta\omega < 0$ - ე.ი წანაცვლება ხდება ნაკლები სიხშირისაკენ. (ე.წ „წითელი წანაცვლება“)

მადლობა ყურადღებისთვის

გამოყენებული ლიტერატურა: Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц - Теория поля. т.2. 1988.