



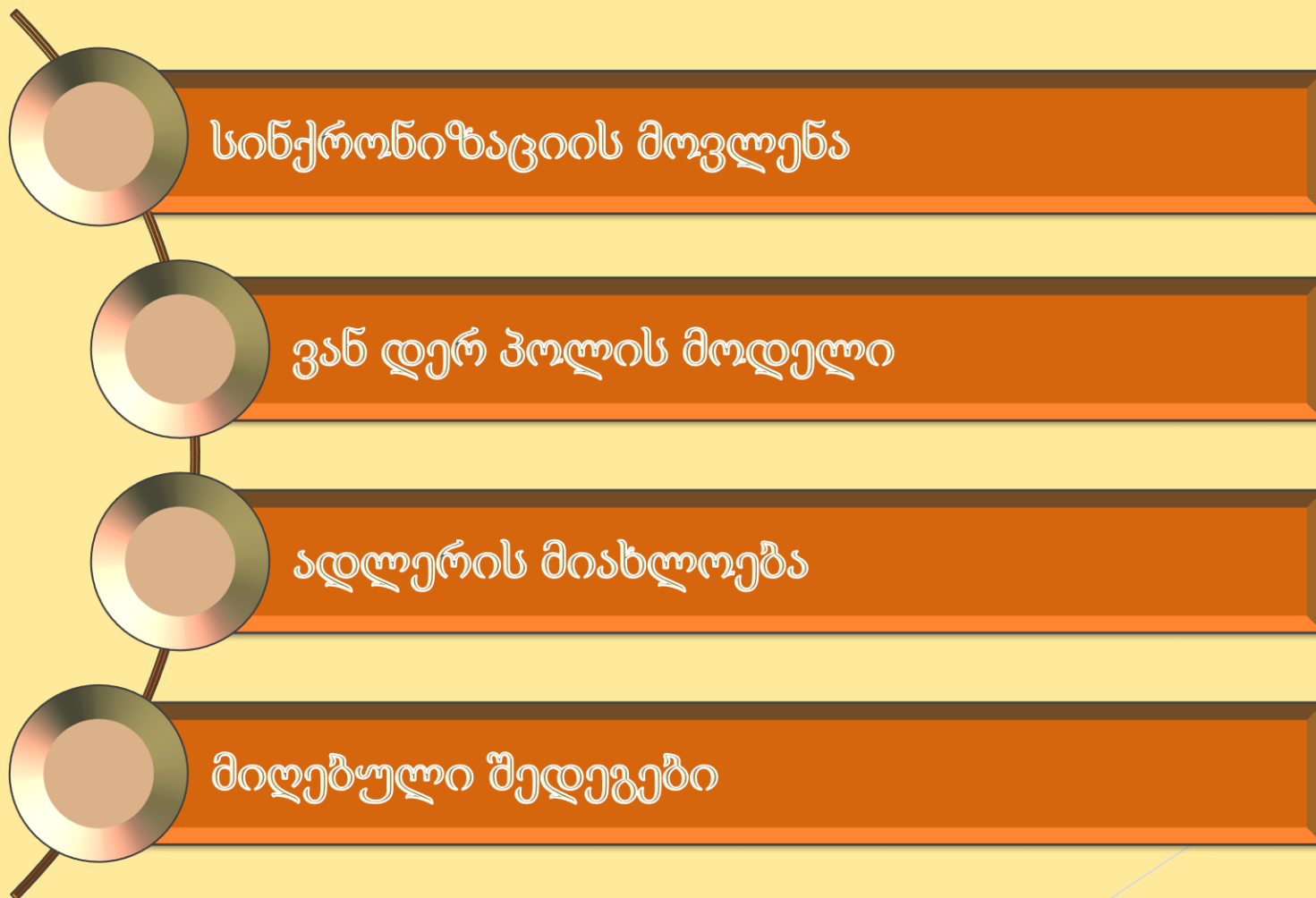
ივ. ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის სახელმწიფო უნივერსიტეტი

## სინქრონიზაციის ეფექტი არაწრფივ და სტოქასტურ ოსცილატორში

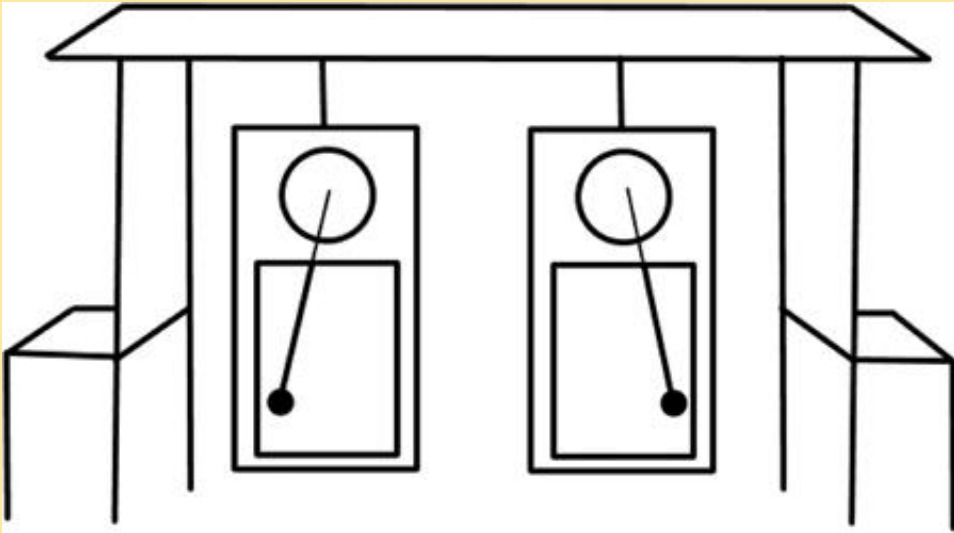
გამოთვლითი ფიზიკის სტუდენტური ლაბორატორია

► მომხსენებელი: მარიამ მარტიაშვილი

# მოხსენების გეგმა

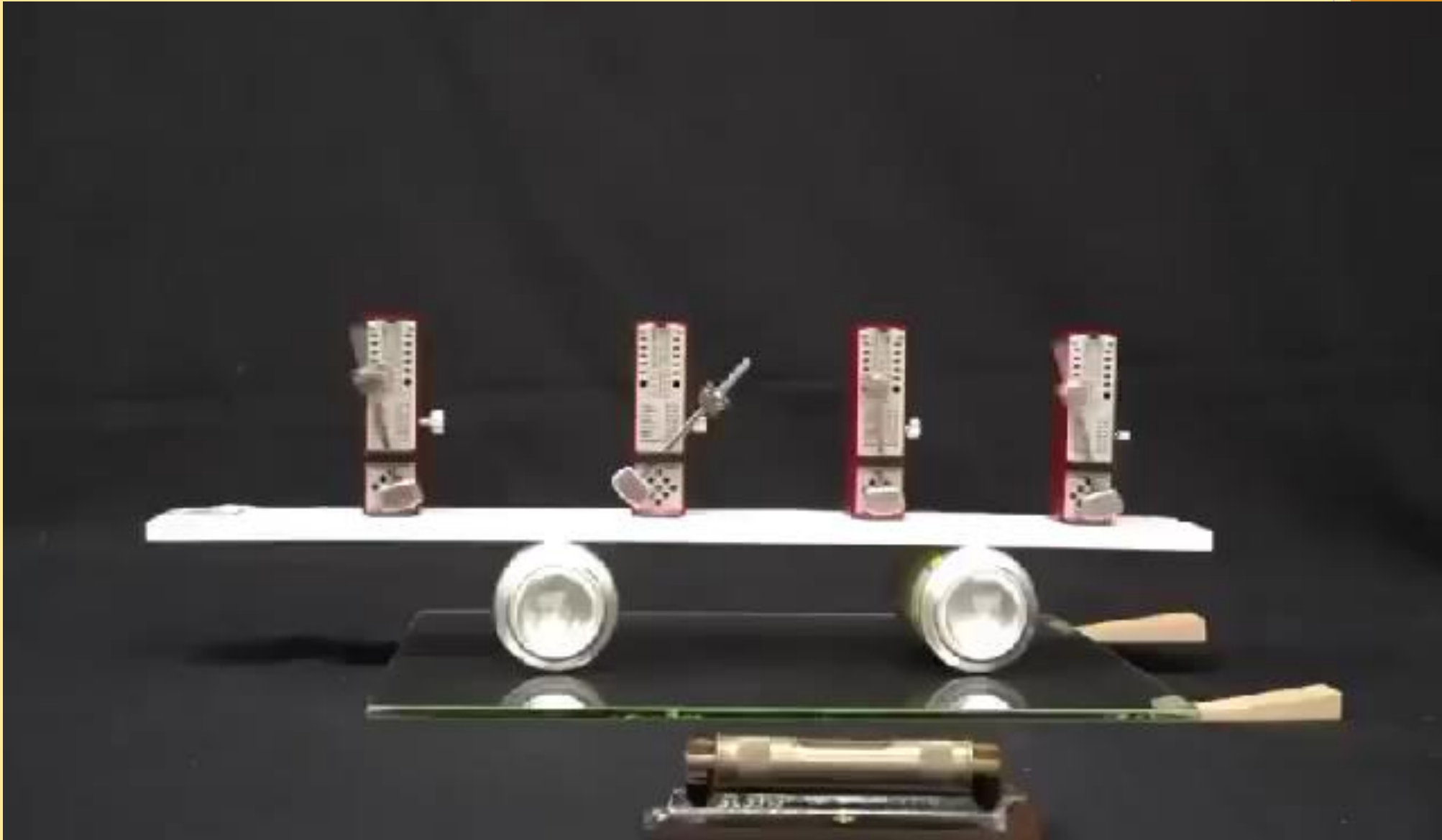


❑ სინქრონიზაცია არის ორი ან რამოდენიმე პერიოდულად ცვალებადი მოვლენის, პროცესის ერთმანეთთან თანხვედრა დროში



Cristiaan Huygens  
1629-1695

# ოსცილატორების სინქრონიზაციის მექანიკური დემონსტრირება: მეტრონომები



# სინქრონიზაცია

სიხშირული

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n}{m} ; n, m \in N$$

ფაზური

$$\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = \text{const}(t)$$

# სად ვხვდებით სინქრონიზაციას

- ❖ ელექტრონული მოწყობილობები
- ❖ ელექტრონული წრედები
- ❖ დინამიური სისტემები
- ❖ ნავიგაცია და რკინიგზა
- ❖ კომუნიკაცია

# ვან დერ პოლის მოდელი



Balthasar Van der-Pol  
1889-1959

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (\varepsilon - x^2) \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = 0 \quad (1)$$

$\omega$  — საკუთარი სიხშირე

$\varepsilon$  — აგზნების პარამეტრი

ვან დერ პოლის ოსცილატორზე მოქმედი გარეშე ძალა

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (\varepsilon - x^2) \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = A \sin(\Omega t) \quad (2)$$

$\Omega$  – გარეშე ძალის სიხშირე

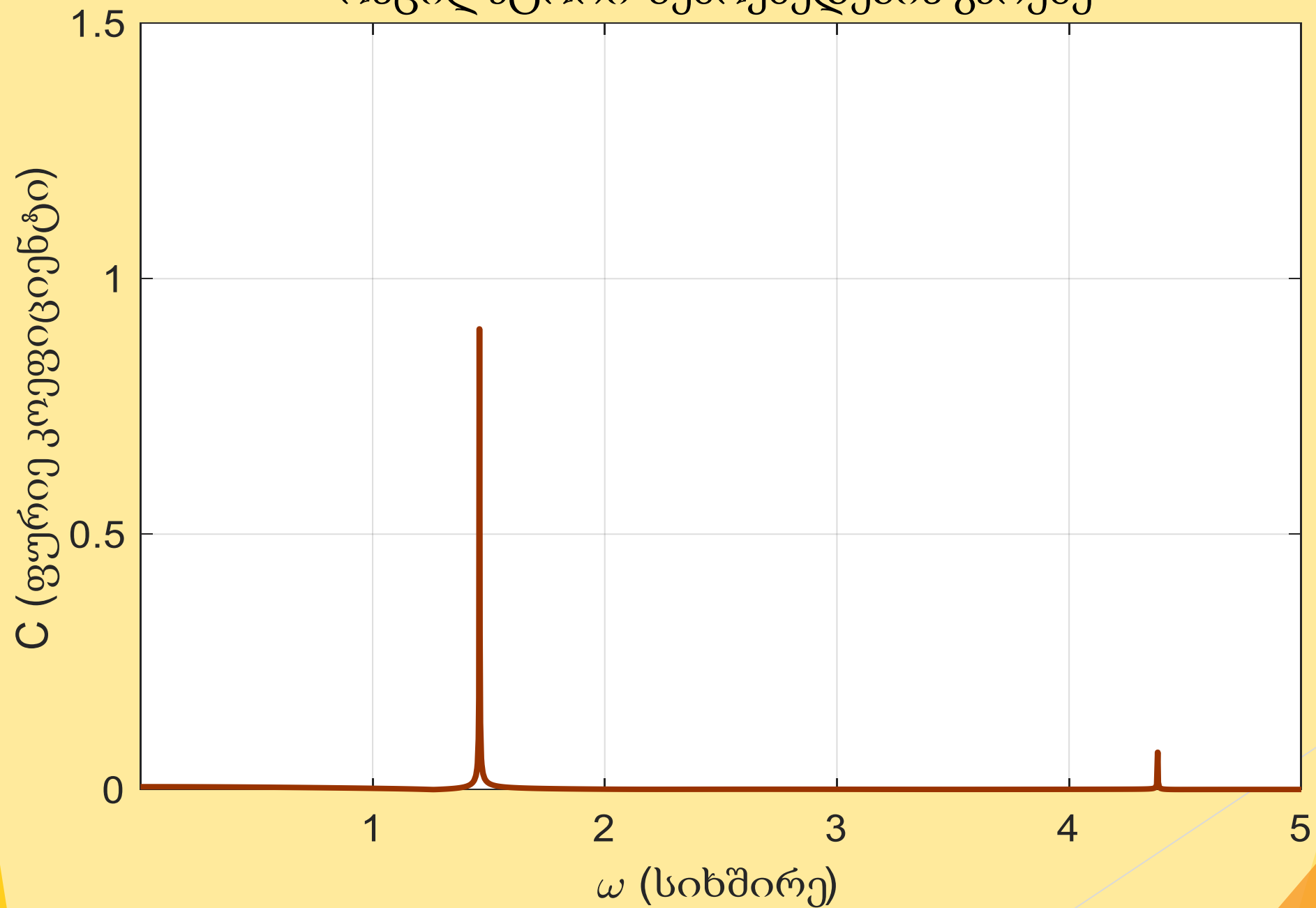
$\omega$  – ოსცილატორის სიხშირე

$A$  – გარეშე ძალის ამპლიტუდა

$\varepsilon$  – აგზნების პარამეტრი

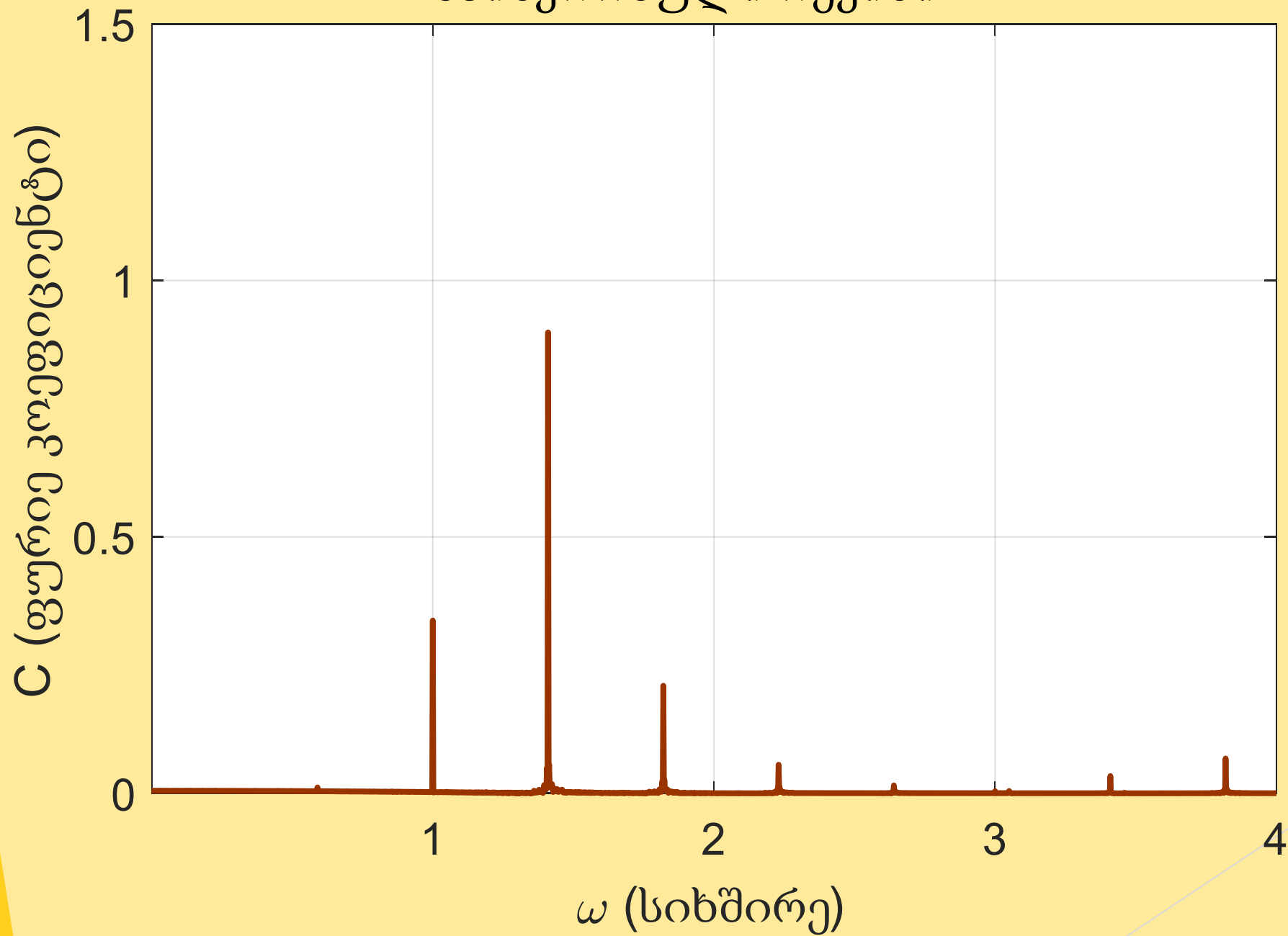


# ოსცილატორი ზემოქმედების გარეშე



$$\varepsilon = 1;$$
$$\omega = 1.5;$$

# ასინქრონული რეჟიმი

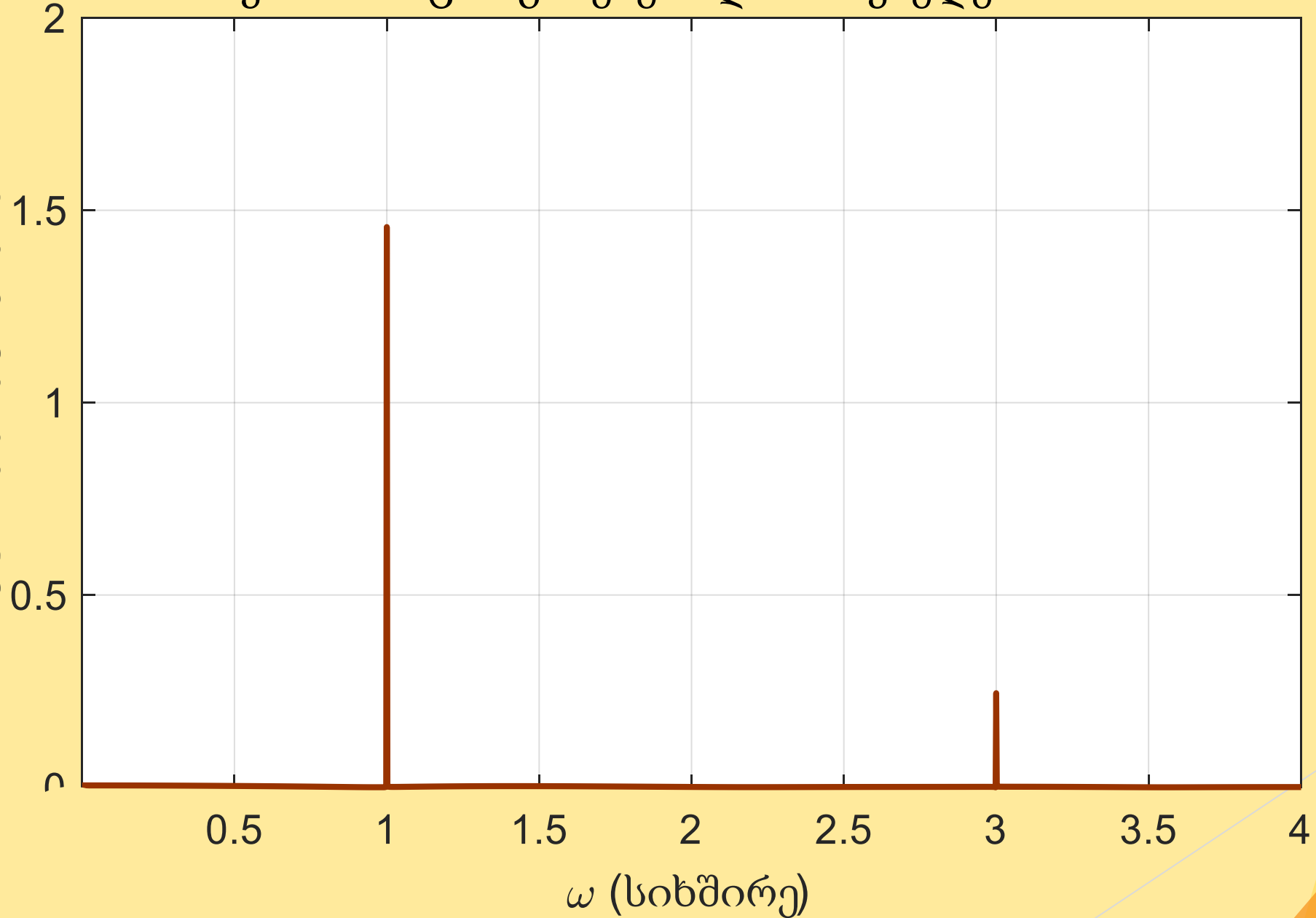


$\varepsilon = 1;$   
 $A = 1;$   
 $\omega = 1.5;$   
 $\Omega = 1;$

# სინქრონიზაცია გარე ძალის მოქმედებისას

$\varepsilon = 1;$   
 $A = 4;$   
 $\omega = 1.5;$   
 $\Omega = 1;$

C (ფურიე კოეფიციენტი)



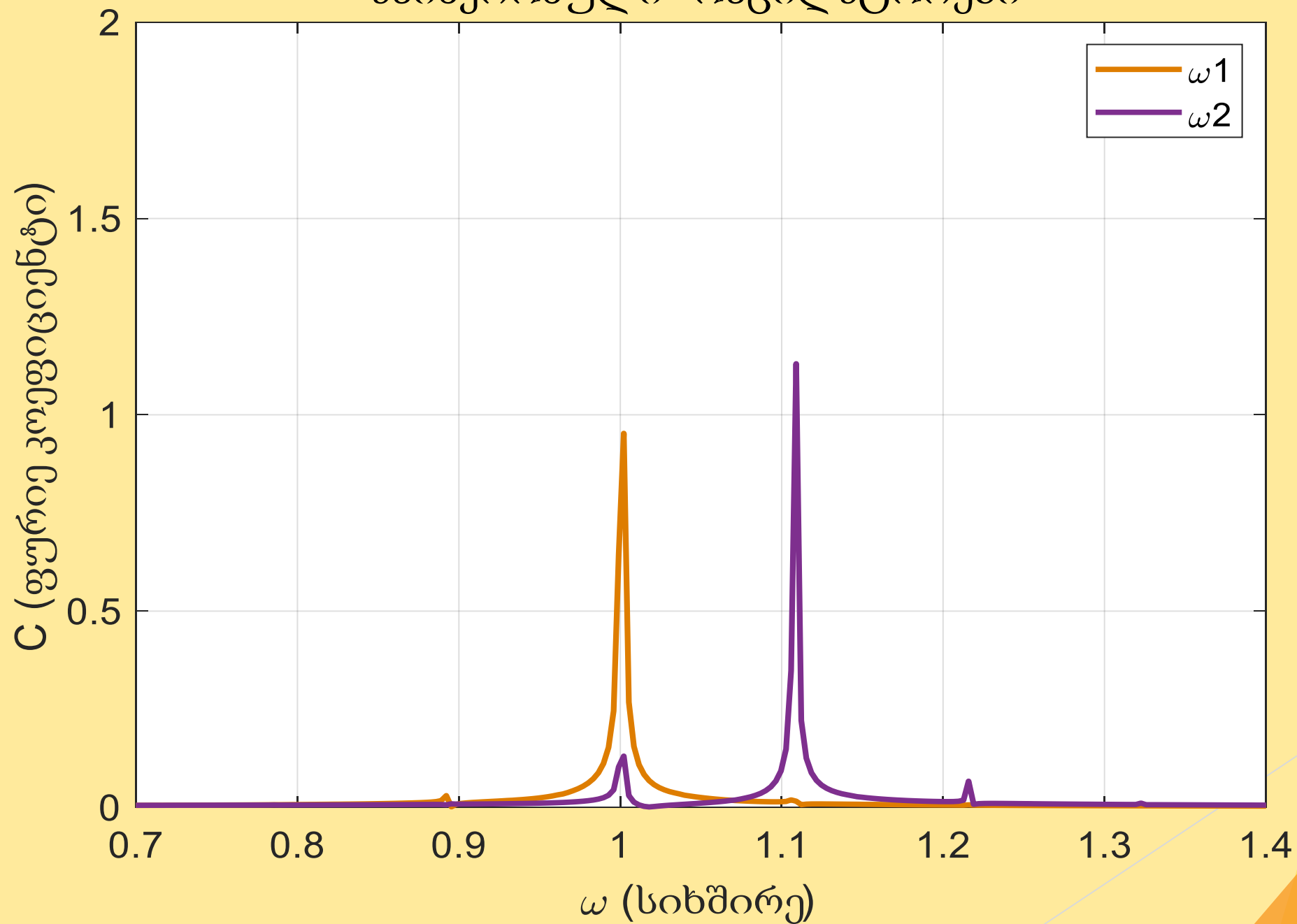
## ვან დერ პოლის გადახმული ოსცილატორები

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} = (\varepsilon_1 - x_1^2) \frac{dx_1}{dt} - \omega_1^2 x_1 + \gamma \left( \frac{dx_2}{dt} - \frac{dx_1}{dt} \right) \quad (3)$$

$$\frac{d^2 x_2}{dt^2} = (\varepsilon_2 - x_2^2) \frac{dx_2}{dt} - \omega_2^2 x_2 + \gamma \left( \frac{dx_1}{dt} - \frac{dx_2}{dt} \right) \quad (4)$$

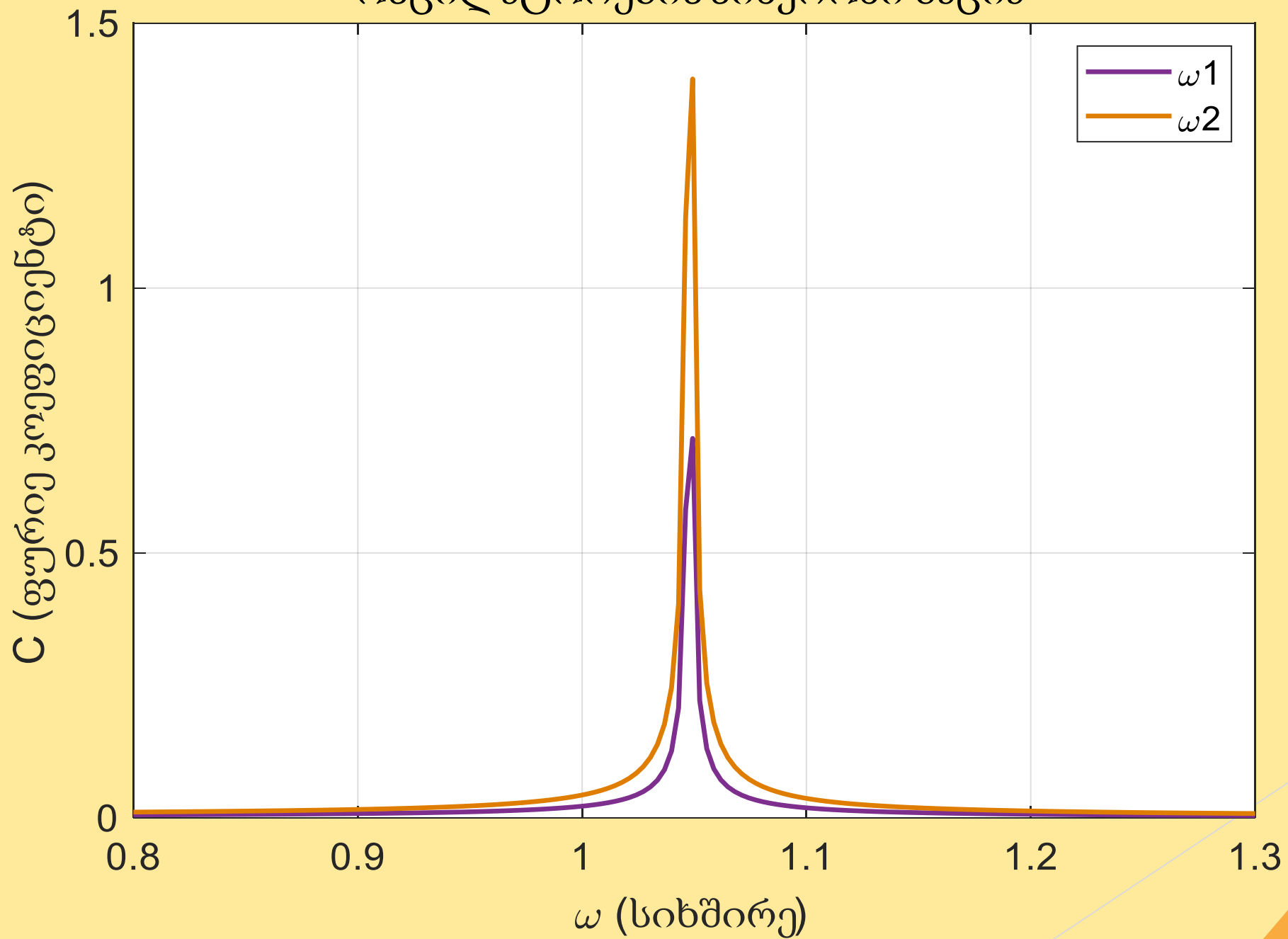
$\gamma$  - მუდმივი კოეფიციენტი

# ასინქრონული ოსცილატორები



$\varepsilon_1 = 0.4;$   
 $\varepsilon_2 = 0.1;$   
 $\gamma = 0.02;$   
 $\omega_1 = 1;$   
 $\omega_2 = 1.1;$

# ოსცილატორების სინქრონიზაცია



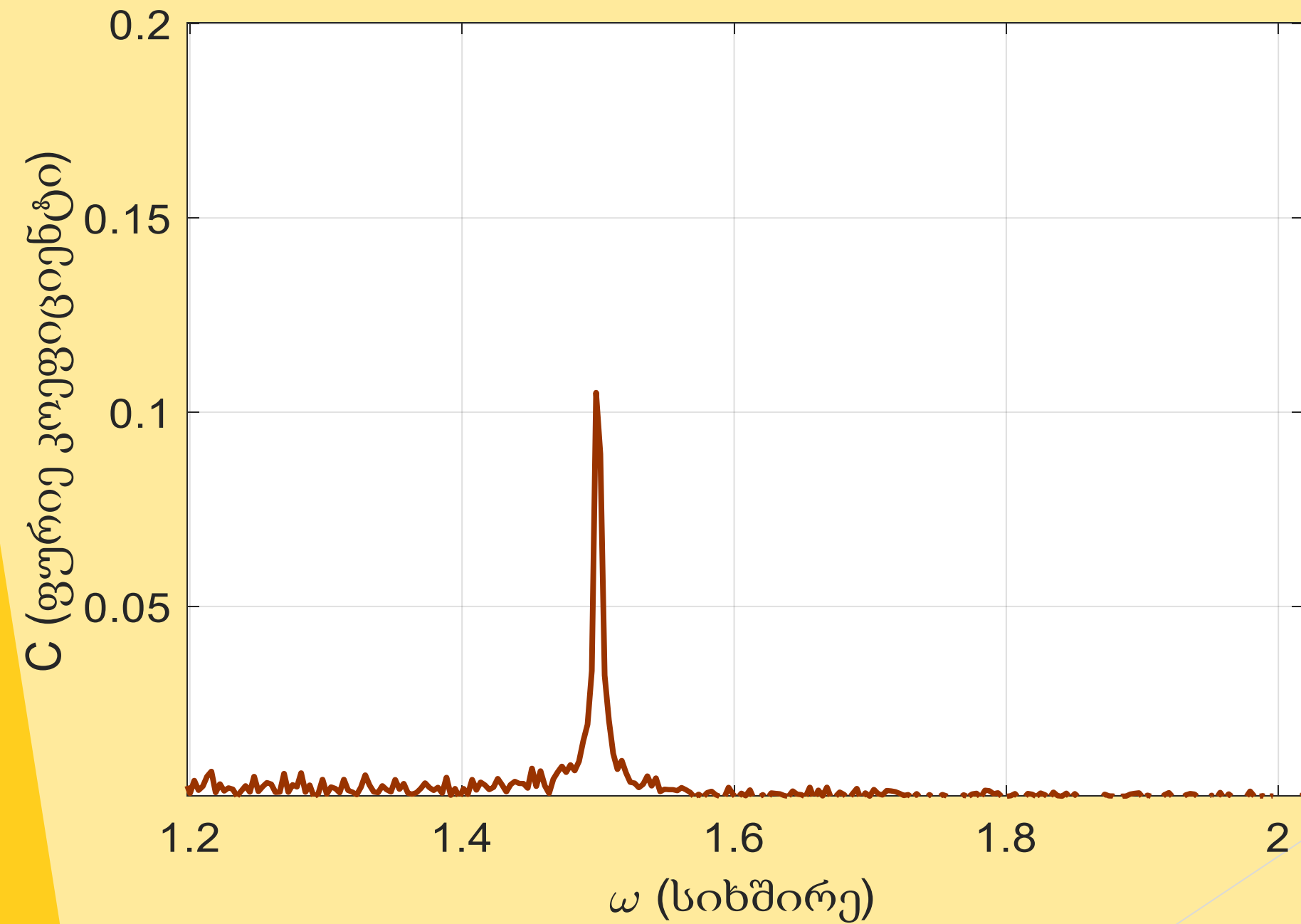
$\varepsilon_1 = 1;$   
 $\varepsilon_2 = 0.1;$   
 $\gamma = 4;$   
 $\omega_1 = 1;$   
 $\omega_2 = 1.1;$

## ვან დერ პოლის ოსცილატორის დავუმატეთ ხმაური

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (\varepsilon - x^2) \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = A \sin(\Omega t) + \sqrt{2b} B(t); \quad (5)$$

$b$  – ხმაურის ინტენსივობა;

$B$  – თეთრი ხმაური;



$$\varepsilon = 0.5$$

$$b = 0.2$$

$$B = 2,5$$

$$\Omega = 1.5$$

$$\omega = 1$$



# ადღერის განტოლება

ვან დერ პოლის ოსცილატორის პირობები

1.  $\omega \approx \Omega$ ;
2.  $\varepsilon > 0$ ;
3.  $A \ll 1$ ;

ამონახსნს ვეძებთ შემდეგი სახით :

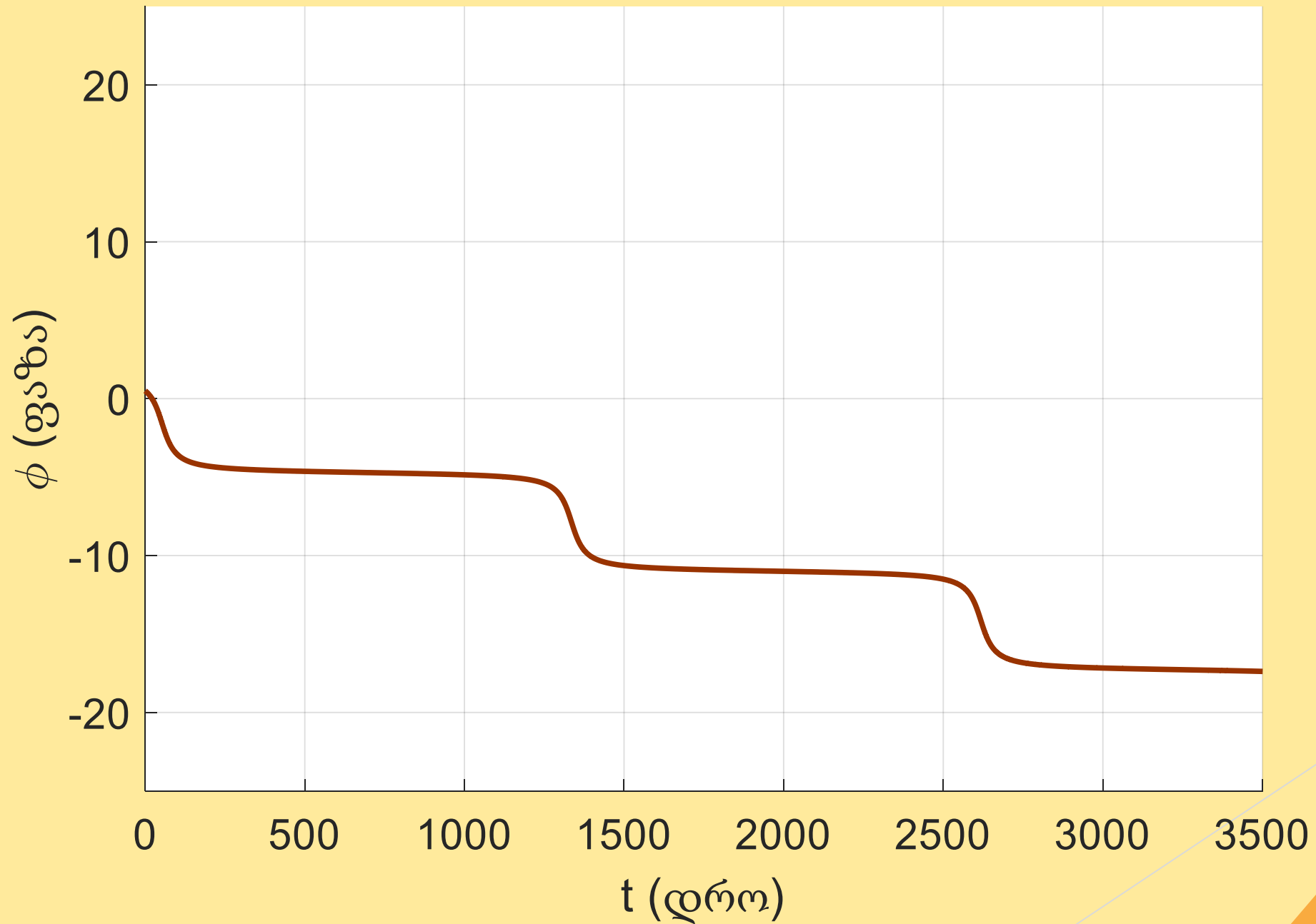
$$\begin{aligned}x(t) &= \operatorname{Re}(a(t) e^{-i\omega t}); \\x(t) &= R(t) \cos(\omega t + \varphi(t)); \\R(t) &= |a(t)|, \quad \varphi(t) = \operatorname{Arg}(a(t));\end{aligned}$$

ვან დერ პოლის განტოლება მოცემული პირობების დაკმაყოფილებით მიიყვანება სახემდე, რომელსაც ადღერის განტოლება ჰქვია.

განტოლებას აქვს შემდეგი სახე:  $\dot{\varphi} = -\Delta + \frac{\beta}{R_{\text{სტ.}}} \sin(\varphi(t)); \quad (6)$

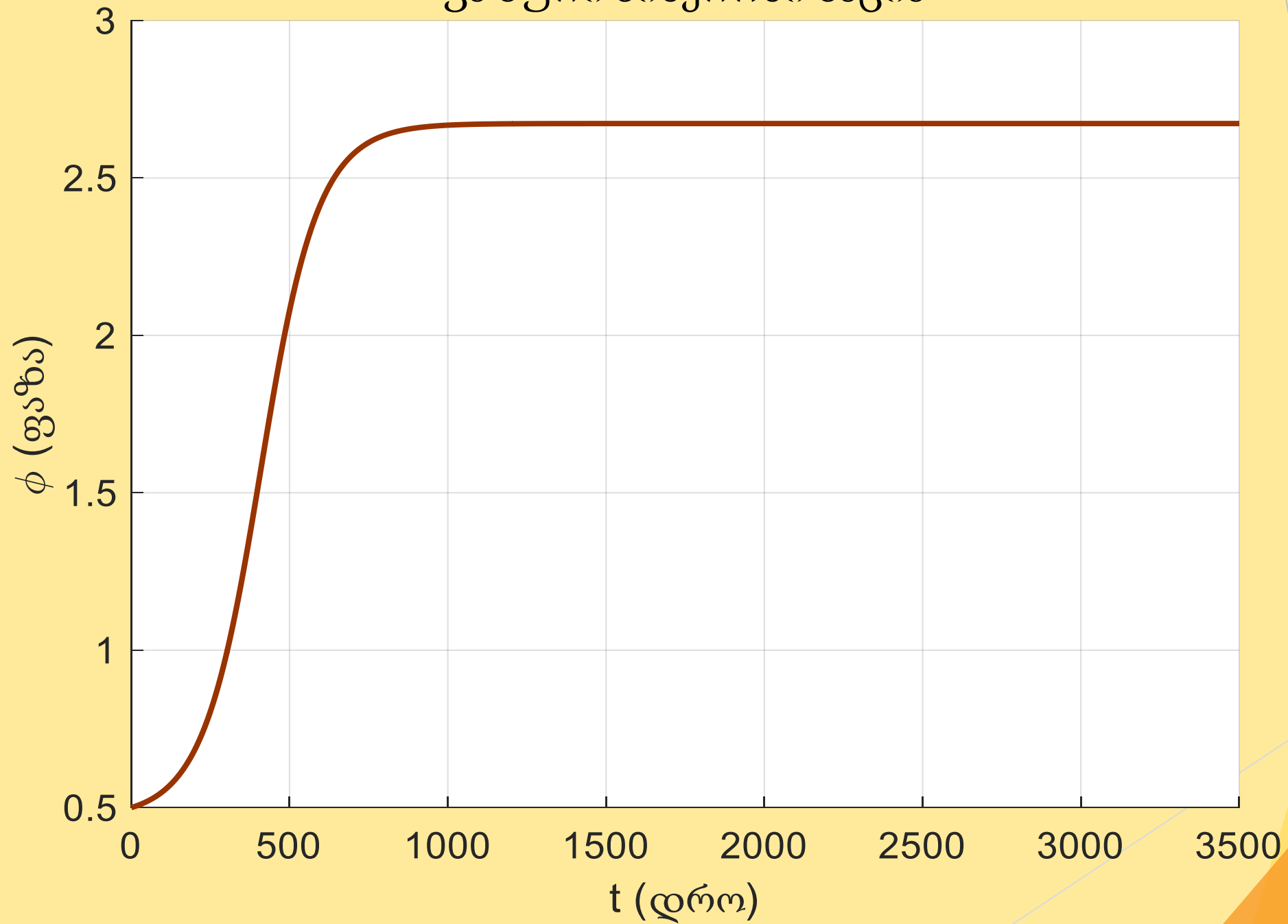
$$R_{\text{სტ.}} = \sqrt{4\varepsilon} \quad ; \quad \Delta = \frac{\Omega^2 - \omega}{2\Omega} \quad ; \quad \beta = \frac{A}{2\Omega} \quad ;$$

# ფაზური გადასვლები



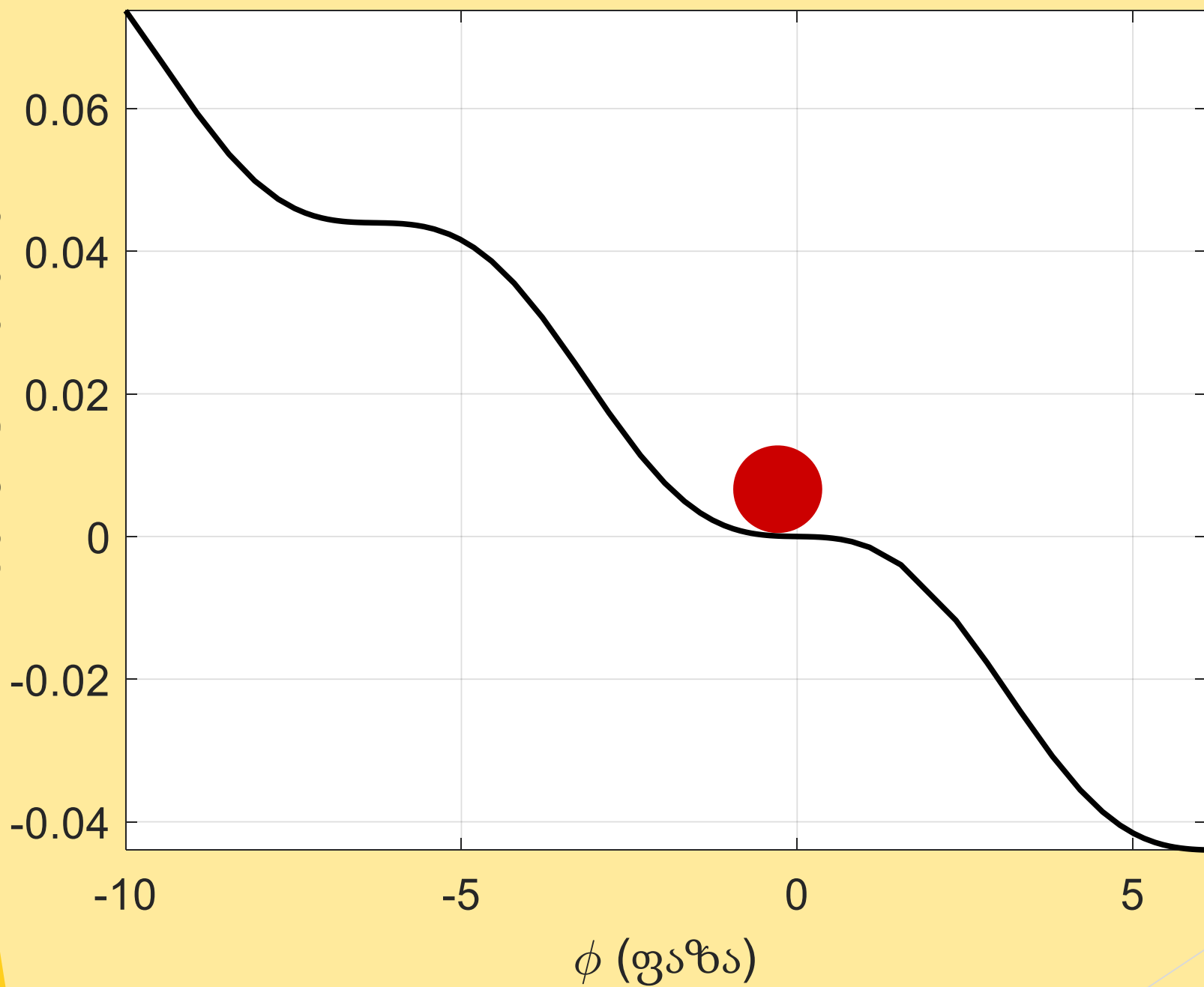
$\varepsilon = 0.1$   
 $\Delta = 0.032$   
 $\beta = 0.02$

# ფაზური სინქრონიზაცია



$\varepsilon = 0.1;$   
 $\Delta = 0.005;$   
 $\beta = 0.007;$

U ( პოტენციური ენერგია )



$$U = -\Delta\varphi + \Delta_0 \cos\varphi \quad (7)$$

$$\Delta = 0.008$$

$$\Delta_0 = 0.00768$$

ვან დერ პოლის ოსცილატორი ორი გარეშე ძალის მოქმედებისას

$$\frac{d^2x}{dt^2} - (\varepsilon - x^2) \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = a \sin(\omega_1 t) + b \sin(\omega_2 t + \theta) \quad (8)$$

$$x(t) = \operatorname{Re}(A(t)e^{i\omega t})$$

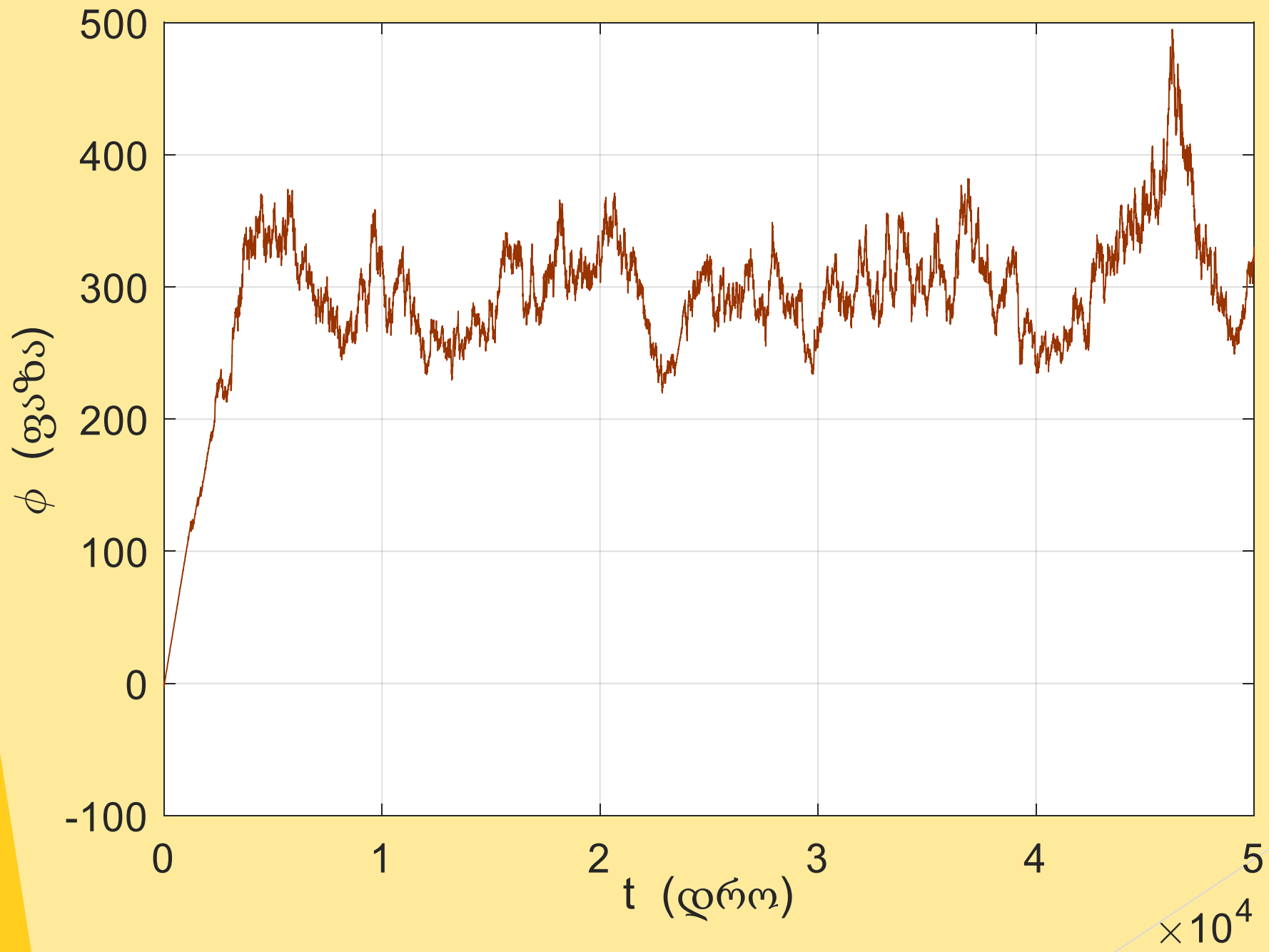
შემოგვაქვს ცვლადები

$A(t)$  — ნელა ცვლადი ამპლიტუდა  
 $\varepsilon > 0$   
 $\omega \approx 1$

$$\tau = \frac{\varepsilon t}{2}; \quad \Delta = \frac{\omega^2 - 1}{\varepsilon \omega}; \quad \lambda = \frac{a}{2\omega \varepsilon^{\frac{3}{2}}}; \quad \mu = \frac{b}{2\omega \varepsilon^{\frac{3}{2}}}; \quad \delta = \frac{2(\Omega - \omega)}{\varepsilon};$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\Delta + \lambda \sin\varphi - \mu \sin(\delta\tau + \theta - \varphi) \quad (9)$$

ეს განტოლება არის ადლერის განტოლების ექვივალენტური, ორი გარეშე ჰარმონიული ზემოქმედებისას ვან დერ პოლის ოსცილატორისათვის.



$\varepsilon = 1;$   
 $\Delta = 0.1;$   
 $\theta = 1;$   
 $\mu = 0.1;$

# დასკვნა

განვიხილეთ სინქრონიზაცია და მისი მნიშვნელობა. რიცხვითი ექსპერიმენტების საშუალებით ნაჩვენებია სიხშირული სინქრონიზაცია ვან დერ პოლის მოდელში და ფაზური სინქრონიზაცია ადლერის განტოლებაში. სინქრონიზაციის ეფექტი მიღებული გვაქვს, როდესაც ვან დერ პოლ ოსცილატორს ვამოქმედეთ ხმაური.

# გამოყენებული ლიტერატურა

- [wikipedia.net](http://wikipedia.net)
- [en.wikipedia.org](http://en.wikipedia.org)
- [translated.turbopages.org](http://translated.turbopages.org)
- [dic.academic.ru](http://dic.academic.ru)
- [physics.aidio.net](http://physics.aidio.net)
- [dspace.nplg.gov.ge](http://dspace.nplg.gov.ge)



მადლობა ყურადღებისათვის