ჯინსის არამდგრადობა

ჯინსის არამდგრადობა წარმოადგენს მექანიზმს, რომლის საშუალებითაც აიხსნება გალაქტიკური ღრუბლებიდან ასტროფიზიკური ობიექტების ჩამოყალიბება, რასაც წინ უძღვის შეშფოთებების განვითარება და გრავიტაციული კოლაფსი.

გაზის დინამიკა აღიწერება ჰიდროდინამიკის განტოლებებით, კერძოდ, ეილერის განტოლებითა და ნივთიერების შენახვის კანონით (უწყვეტობის განტოლება):

$$\rho\left[\frac{\partial\vec{v}}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\nabla)\vec{v}\right]=-\nabla P+\rho\nabla\Phi \tag{1}$$

და

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+(\vec{v}\cdot\nabla)\rho=-\rho\nabla\cdot\vec{v} \tag{2}$$

სადაც $\vec{v}$ არის გაზის სიჩქარის ველი, ρ - ნივთიერების სიმკვრივე, P - გაზის წნევა, ხოლო Φ - ლოკალური გრავიტაციული პოტენციალი. თუ გამოვიყენებთ ბრერის სიჩქარეს c_s, შეგვიძლია დავწეროთ

$$\nabla P=c_s^2\nabla\rho$$

ახლა სიჩქარის ველი და სიმკვრივე გავყოთ ორ ნაწილად, სივრცულად ერთგვაროვან (ინდექსი 0) და სივრცულად ცვლად (ინდექსი 1) კომპონენტებად:

$$\vec{v}=\vec{v_0}+\vec{v_1}$$

$$\rho=\rho_0+\rho_1$$

ასევე, დავუშვათ, რომ ერთგვაროვანი კომპონენტები სტაციონარულია:

$$\frac{\partial\vec{v_0}}{\partial t}=\frac{\partial\rho_0}{\partial t}=0$$

მაშინ ჩვენ შეგვიძლია დავწეროთ წრფივი განტოლებები შეშფოთებების მიმართ

$$\frac{\partial\vec{v_1}}{\partial t}+\vec{v_0}\cdot\nabla\vec{v_1}=-\nabla\Phi_1-c_s^2\nabla\left(\frac{\rho_1}{\rho_0}\right) \tag{3}$$

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\vec{v_0}\cdot\nabla\rho_1=-\rho_0\nabla\cdot\vec{v_1} \tag{4}$$

სადაც გათვალისწინებულია გრავიტაციული პოტენციალის მხოლოდ სივრცულად არაერთგვაროვანი კომპონენტი. გადავიდეთ ისეთ ათვლის სისტემაში, სადაც $\vec{v_0}=0$, გვექნება:

$$\frac{\partial\vec{v_1}}{\partial t}=-\nabla\Phi_1-\frac{c_s^2}{\rho_0}\nabla\rho_1 \tag{5}$$

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}=-\rho_0\nabla\cdot\vec{v_1} \tag{6}$$

ავიღოთ (5) განტოლების სივრცული და (6) განტოლების დროითი წარმოებული, მივიღებთ:

$$\nabla\left(\frac{\partial\vec{v_1}}{\partial t}\right)=-\nabla^2\Phi_1-\frac{c_s^2}{\rho_0}\nabla^2\rho_1 \tag{7}$$

$$-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\nabla\cdot\vec{v_1}\right) \tag{8}$$

შევნიშნოთ, რომ (7) განტოლების მარცხენა და (8) განტოლების მარჯვენა მხარე ერთი და იგივეა, ამიტომ გვექნება

$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2}=c_s^2\nabla^2\rho_1+(4\pi G\rho_0)\rho_1 \tag{9}$$

სადაც გამოვიყენეთ პუასონის განტოლება

$$\nabla^2 \Phi_1 = 4\pi G \rho_1 \tag{10}$$

თუ ახლა შეშფოთების ფურიე-სახეს დავწერთ შემდეგნაირად:

$$\rho_1 = A \exp\{i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)\} \tag{11}$$

მივიღებთ, რომ

$$\omega^2 = c_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0 \equiv c_s^2 (k^2 - k_J^2) \tag{12}$$

სადაც

$$k_J^2 = \frac{4\pi G \rho_0}{c_s^2} = \frac{4\pi G \rho_0 m_p \mu}{k_B T} \tag{13}$$

აქ m_p პროტონის მასაა, μ არის საშუალო მოლეკულური წონა k_B - ბოლცმანის მუდმივა, T - გაზის ტემპერატურა. $k < k_J$ - სთვის $\omega^2 < 0$, რაც ნიშნავს იმას, რომ შეშფოთება გაიზრდება ექსპონენტიალურად. k_J განსაზღვრავს კოლაფსისთვის საჭირო მინიმალურ მასას:

$$M_J = \left(\frac{2\pi}{k_J}\right)^3 \rho_0 = \left[\frac{\pi k_B T}{G \mu m_p}\right]^{3/2} \frac{1}{\rho_0^{1/2}} \tag{14}$$

რომელსაც ეწოდება ჯინსის მასა. ამ მასაზე უფრო დიდი მასის მქონე შეშფოთების არსებობის შემთხვევაში ეს შეშფოთება გაიზრდება, გახდება თვით-გრავიტირებადი და კოლაფსირდება.