თინათინ ცისკარიძე

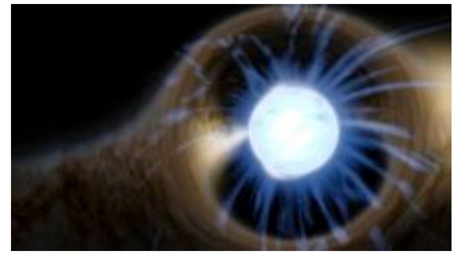
პულსარები, ნეიტრონული ვარსკვლავები, ეინშტეინისა და ოპენჰეიმერ-ვოლკოვის განტოლება

28.03.2021

გეგმა:

- შესავალი
- პულსარები და გრავიტაცია
- ეინშტეინის ველის განტოლებები
- ოპენჰეიმერ-ვოლკოვის განტოლება
- შედეგები

ნეიტრონული ვარსკვლავი - კოლაფსირებული ბირთვი მასიური ზეგიგანტისა (supergiant star), რომლის მასაც იყო 10-25 M⊙ (მზის მასის აღნიშვნა) ან მეტი.



გრავიტაციული ლინზირება

ძალიან **მკვრივი** ვარსკვლევბი: რადიუსი ~ 10 კმ,

მასა - 1.4 M⊙,

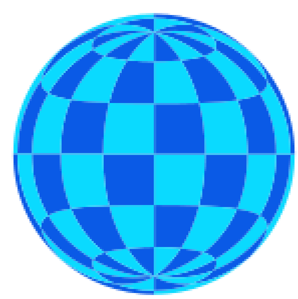
$n = 3.7 * 10^{17} - 5.9 * 10^{17}\ \text{კგ}/\text{მ}^3$.

ტემპერატურა - 10^{10}-10^{11}K თავიდან. ის გამოყოფს ბევრ ნეიტრინოს, რომლებსაც გადააქვთ ენერგია და ამიტომ მისი ტემპერატურა რამდენიმე წელიწადში ვარდება 10^6K-მდე.

მაგნიტური ველი - $\mathbf{10^4 - 10^{11}}$ ტესლა.

გრავიტაციული ველი - $2 * 10^{12}\ \text{მ}/\text{წმ}^2$.

- გრავიტაციული ძალა ნეიტრონული ვასრკვლავისა არის ძალიან დიდი. თუ 12 კმ რადიუსის ნეიტრონული ვარსკვლავის ზედაპირზე 1 მ სიმაღლიდან ჩამოვარდეობდა სხეული ის მიწას მიაღწევდა 1400 კმ/სთ სიჩქარით.
- გამრუდება იწვევს დანახვას.
- დროის სხვაობა.

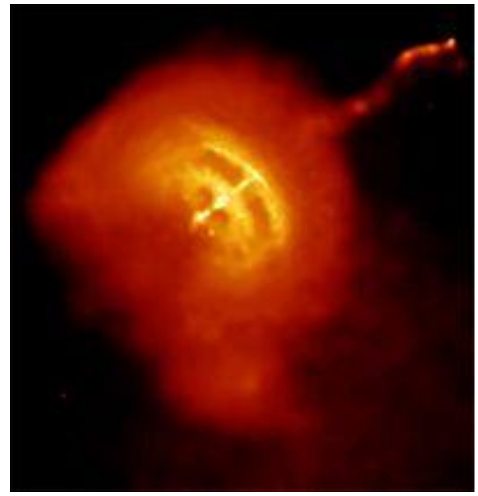


გრავიტაციული არეკვლა
(gravitational light deflection)

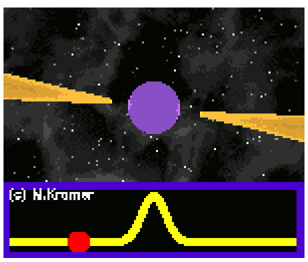
- $BE = \frac{0.60\beta}{1-\frac{\beta^2}{2}}, \qquad \beta = \frac{GM}{Rc^2}.$

$G = 6.67 * \mathbf{10^{11}}\,\text{მ}^3/\text{კგწმ}^2$
$c = 2.997 * \mathbf{10^{11}}\,\text{მ}/\text{წმ}$
$\mathrm{M}\odot = 1.989 * 10^{30}\,\text{კგ}$

❖ მგდომარეობის განტლება - ? სიმკვრივეს და მასას შორის კავშირი არაა ზუსტად ცნობილი.



პულსარი - ძლიერად დამაგნიტებული მბრუნავი ნეიტრონული ვარსკვლავი. ასხივებენ ბრუნვისას და გამოსხივება როცა ჩვენი მიმართულებითაა მაშინ ვხედავთ. ეს ხდება დროის ძალიან რეგულარულ ინტერვალებში.



pulsar_visualization.mp4

Lightsmall-optimised.gif

- Pulsar timing
- რელატივისტური გრავიტაციის ტესტირებაTest of Relativistic gravity)

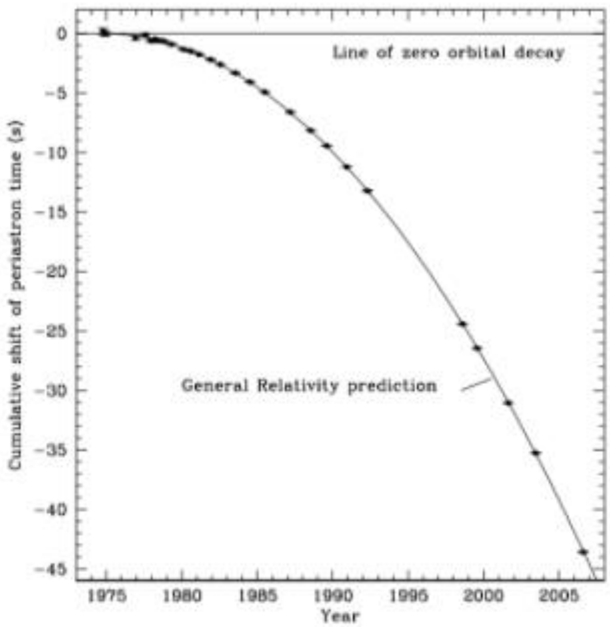
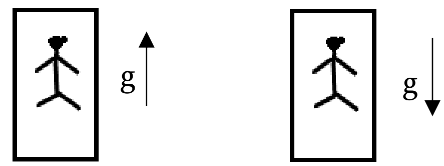


Fig. 4. Comparison of the observed and predicted orbital period decay in PSR B1913+16. The orbital decay is quantified by the shift in the time of periastron passage with respect to a non-decaying orbit. The parabolic curve is the predicted decay from GR. (Ref. 143)

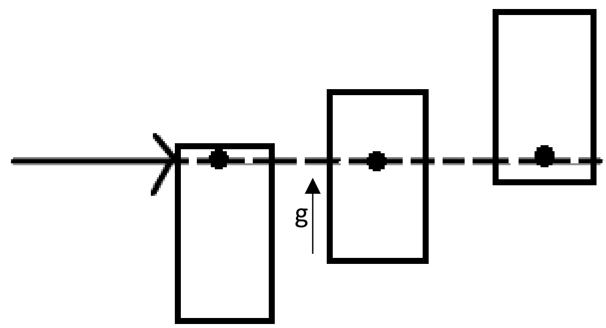
ეინშტეინის ველის განტოლებები

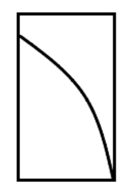
2 პინციპი:

- ექვივალენტობის პრინციპი

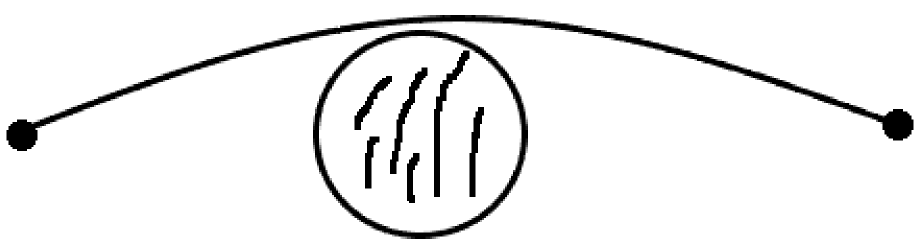


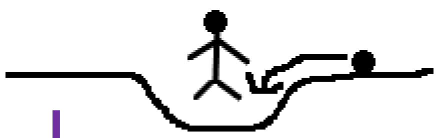
- სინათლის ტრაექტორია მრუდდება გრავიტაციულ ველში (light bends in a gravitational field).





ეფექტი ჩანს როგორც:



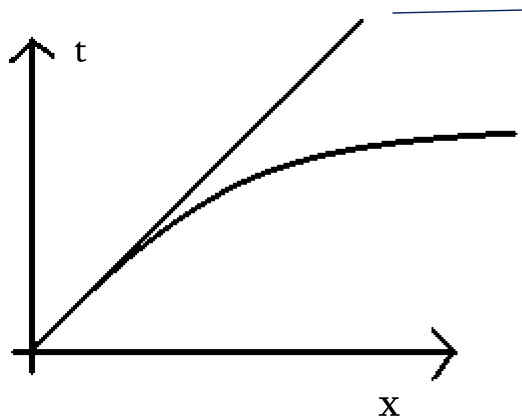


ნიუტონი: მოძრაობს გრავიტაციული ძალის გამო.

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

არ მუშაობს ფოტონებისთვის რადგან $m_\gamma = 0$.

ეინშტეინი: მოძრაობს უმოკლეს გზაზე (გეოდეზიურ წირზე) გამრუდებულ დრო-სივრცეში.



V=const, არააჩქარებული (nonaccelerating), წრფე

V≠const, აჩქარებული, მრუდი (accelerating curve).

- Gravity causes acceleration ≡ Gravity causes curved space-time.

!! ეინშტეინის განტოლებები: 10 განტოლება.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Ricci curvature tensor

Metric tensor

Curvature scalar

Cosmological constant

$\mu, \nu = \overline{0,3}$

$\Downarrow$

16 კომბინაცია, მაგრამ 6 დუპლიკატია

მეტრიკული ტენზორი (metric tensor)

$$\boxed{d\phi = \sum_n \frac{\partial \phi}{\partial x^m} dx^n} \qquad tensor\ rank\ 0 \tag{1}$$

$$\boxed{V_y^n = \sum_n \frac{\partial y^n}{\partial x^m} V_x^m} \qquad tensor\ rank\ 1 \tag{2}$$

$$A^m B^n = T^{mn} \qquad tensor\ rank\ 2$$

Fixed relation between 2 vectors

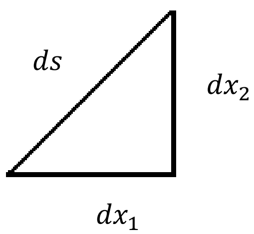
$$A_y^m B_y^n = \sum_r \frac{\partial y^m}{\partial x^r} A_x^r \sum_s \frac{\partial y^n}{\partial x^s} B_x^s$$

$$\boxed{T_y^{mn} = \sum_{r,s} \frac{\partial y^m}{\partial x^r} \frac{\partial y^n}{\partial x^s} \underbrace{A_x^r B_x^s}_{T_{rs}(x)}} \tag{3}$$

ტენზორის კონტრავარიანტული გარდაქმნა x -სისტემიდან y -ში

$$T_{mn}(y) = \sum_{r,s} \frac{\partial x^r}{\partial y^m} \frac{\partial x^s}{\partial y^m} T_{rs}(x)$$

ტენზორის კოვარიანტული გარდაქმნა x -სისტემიდან y -ში



$$ds^2 = \sum_{m,n} dx^m dx^n \, \delta_{mn}$$

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2$$

$$\boxed{ds^2 = \delta_{mn} \sum_{m,n} dx^m dx^n} \tag{4}$$

$$dx^m = \frac{\partial x^m}{\partial y^r} dy^r$$

$$ds^2 = \delta_{mn} \sum \frac{\partial x^m}{\partial y^r} dy^r \frac{\partial x^n}{\partial y^s} dy^s$$

$$ds^2 = \delta_{mn} \sum \frac{\partial x^m}{\partial y^r} \frac{\partial x^n}{\partial y^s} dy^r dy^s \tag{5}$$

g_{mn} $\quad$ *metric tensor*

$$ds^2 = g_{mn} \, dy^r dy^s$$

ბრტყელში - $g_{mn} = \delta_{mn}$

Christoffel Symbols

თუ $W_{nm}(x) = V_{nm}(x)$, მაშინ ისინი ტოლები არიან ყველა ათვლის სისტემაში.

$$T_{mn}(x) = \frac{\partial V_m}{\partial x^n}$$

$$T_{mn}(y) = \frac{\partial V_m}{\partial y^n}$$ ასეა? ვნახავთ, რომ არა.

$$T_{mn}(y) = \frac{\partial x^r}{\partial y^m}\frac{\partial x^s}{\partial y^n}T_{rs}(x) \tag{6}$$

$$T_{mn}(y) = \frac{\partial x^r}{\partial y^m}\frac{\partial x^s}{\partial y^n}\frac{\partial V_r(x)}{\partial x^s} = \frac{\partial x^r}{\partial y^m}\frac{\partial V_r(x)}{\partial y^n}$$

$$\frac{\partial x^r}{\partial y^m}\frac{\partial V_r(x)}{\partial y^n} =? \frac{\partial V_m}{\partial y^n}$$ ვნახავთ, რომ ≠

$$\frac{\partial V_m}{\partial y^n} = \frac{\partial}{\partial y^n}\left(\frac{\partial x^r}{\partial y^m}V_r(x)\right) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y^n}\frac{\partial x^r}{\partial y^m}} + \frac{\partial x^r}{\partial y^m}\frac{\partial V_r(x)}{\partial y^n}$$

$$\Gamma^r_{nm} - Christoffel\ symbol$$

$$\Rightarrow\ T_{mn}(y) \neq \frac{\partial V_m}{\partial y^n}$$

$$\boxed{T_{mn}(y) = \nabla_n V_m = \left(\frac{\partial V_m}{\partial y^n} + \Gamma^r_{nm}\right)V_m} \tag{7}$$

$$\boxed{\nabla_p T_{mn} = \frac{\partial T_{mn}}{\partial y^p} + \Gamma^r_{pm}T_{rn} + \Gamma^r_{pn}T_{mr}} \tag{8}$$

$$\nabla_r g_{mn} = 0$$ ბრტყელში და ⇒ ყველა ათვლის სისტემაში

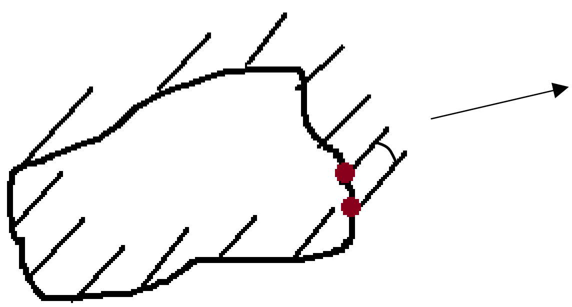
$$(8) \Rightarrow \nabla_p g_{mn} = \frac{\partial g_{mn}}{\partial y^p} + \Gamma^r_{pm} g_{rn} + \Gamma^r_{pn} g_{mr} = 0$$

$$\Gamma^a_{bc}(x) = \frac{1}{2} g^{ad} \left\{ \frac{\partial g_{dc}}{\partial x^b} + \frac{\partial g_{ab}}{\partial x^c} + \frac{\partial g_{bc}}{\partial x^d} \right\} \tag{9}$$

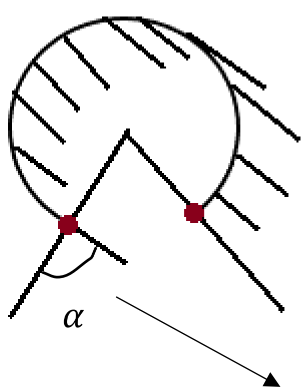
$\Gamma^a_{bc} = 0$ ბრტყელში

$\Gamma^a_{bc} \neq 0$ გამრუდებულში

<u>სიმრუდე</u>:

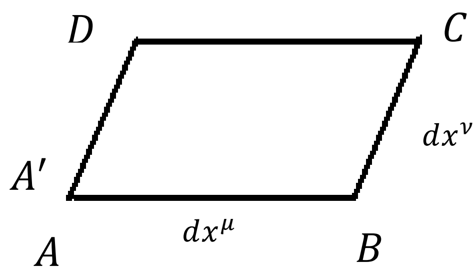


პარალელურია



კონუსის ზედაპირი

ვექტორის მიმართულება შეიცვალა



$$(V_C - V_D) - (V_B - V_A) \qquad \text{diff } dx^\mu \qquad (*)$$

$$(V_C - V_B) - (V_D - V_{A'}) \qquad \text{diff } dx^\nu \qquad (**)$$

(*) - (**)

$$(V_C - V_D) - (V_B - V_A) - \left((V_C - V_B) - (V_D - V_{A'})\right) \tag{10}$$

$$\Rightarrow V_A - V_{A'} = dV$$

გამრუდებულ სივრცეში $\neq 0$

$$V_C - V_D = \frac{\partial V}{\partial x_\mu} dx^\mu \Rightarrow \nabla_\mu dx^\mu V$$

$$(V_C - V_D) - (V_B - V_A) = \nabla_\nu dx^\nu \nabla_\mu dx^\mu V \tag{11}$$

$$(V_C - V_B) - (V_D - V_{A'}) = \nabla_\mu dx^\mu \nabla_\nu dx^\nu V \tag{12}$$

$$(10), (11), (12) \ \Rightarrow$$

$$dV = \nabla_\nu \nabla_\mu dx^\nu dx^\mu V - \nabla_\mu \nabla_\nu dx^\mu dx^\nu V = dx^\mu dx^\nu \left(\nabla_\nu \nabla_\mu - \nabla_\mu \nabla_\nu\right)$$
$$= dx^\mu dx^\nu \left[\nabla_\nu, \nabla_\mu\right]$$

$$\nabla_\nu = \partial_\nu + \Gamma_\nu$$

$$\begin{aligned} \left[\nabla_\nu, \nabla_\mu\right] &= (\partial_\nu + \Gamma_\nu)\left(\partial_\mu + \Gamma_\mu\right) - \left(\partial_\mu + \Gamma_\mu\right)(\partial_\nu + \Gamma_\nu) \\ &= \cancel{\partial_\nu \partial_\mu} + \partial_\nu \Gamma_\mu + \Gamma_\nu \partial_\mu + \Gamma_\nu \Gamma_\mu - \cancel{\partial_\mu \partial_\nu} - \partial_\mu \Gamma_\nu \\ &\quad - \Gamma_\mu \partial_\nu - \Gamma_\mu \Gamma_\nu \\ &= -\left[\partial_\mu, \Gamma_\nu\right] + \left[\partial_\nu, \Gamma_\mu\right] + \left[\Gamma_\nu, \Gamma_\mu\right] \end{aligned} \qquad (13)$$

$R_{\mu\nu}$

$$\frac{\partial \Gamma_\nu}{\partial x^\mu} \qquad \frac{\partial \Gamma_\mu}{\partial x^\nu}$$

Riemann tensor (Ricci tensor)

$$-\frac{\partial \Gamma_\nu}{\partial x^\mu} + \frac{\partial \Gamma_\mu}{\partial x^\nu} + \left[\Gamma_\nu, \Gamma_\mu\right]$$

$$\left[\nabla_\nu, \nabla_\mu\right] = R_{\mu\nu} \qquad (14)$$

$$R_{\mu\nu} \to R \longrightarrow \text{Ricci scalar}$$
$$R \neq 0$$

თუ ბრტყელი არაა

გეოდეზიურ წირზე:

$$\nabla \frac{dx^\mu}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial x^\mu}{\partial \tau} + \Gamma = 0$$

მხები ვექტორი

$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial^2 x^\mu}{\partial \tau^2} = -\Gamma$$

აჩქარება

$$F = ma$$

$$a = \frac{F}{m} \Rightarrow \Gamma \equiv F$$

მცირე გრავიტაციისა და დაბალი სიჩქარეების დროს GR $\longrightarrow$ ნიუტონის მექანიკაში. მაშინ $g^{ad} = 0$ და მისი წარმოებულებიდან არანულოვანია მხოლდო დროითი კომპონენტი $\frac{\partial g_{00}}{\partial x}$.

მაშინ (9) $\Rightarrow$

$$\Gamma = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{00}}{\partial x} \equiv \boldsymbol{F}$$

$$\boldsymbol{F} = -\frac{d\phi}{dx}$$

$$\Gamma = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{00}}{\partial x} \equiv \boldsymbol{F} = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

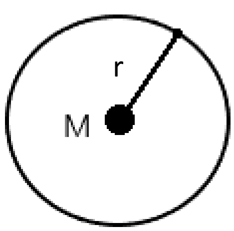
$$g_{00} = 2\phi + const \tag{15}$$

3D-ში:

$$\boldsymbol{F} = -\nabla\phi$$

$$F = -\frac{GMm}{r^2}$$

$$F = -\frac{GM}{r^2}$$



$$\int \boldsymbol{F} d\boldsymbol{A} = \int -\frac{GM}{r^2}\hat{\boldsymbol{r}} dA = -\frac{Gm}{\cancel{r^2}} 4\pi \cancel{r}^2 = -GM4\pi$$

$$\boldsymbol{F} = \nabla\phi$$

$$\int \boldsymbol{F} d\boldsymbol{A} = \int \nabla \cdot \boldsymbol{F} dV$$

$$-4\pi G \int \rho dV = \int \nabla \cdot \boldsymbol{F} dV$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{F} = -4\pi G\rho$$

$$-\nabla \cdot \nabla\phi = -4\pi G\rho$$

$$\nabla \cdot \nabla\phi = 4\pi G\rho$$

$$g_{00} = 2\phi + const$$

$$\phi = \frac{1}{2} g_{00}$$

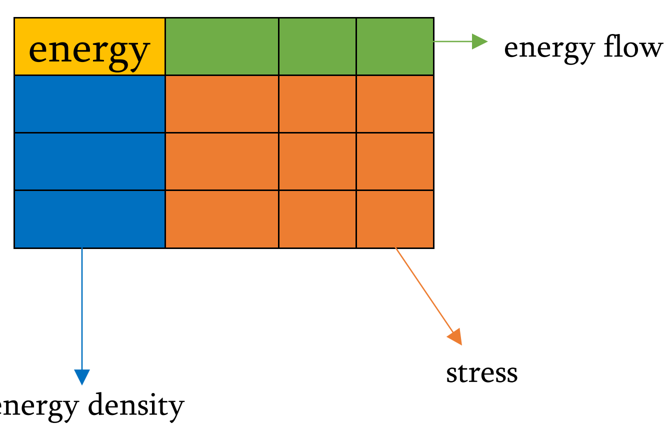
$$\nabla^2 \left(\frac{1}{2} g_{00}\right) = 4\pi G\rho$$

$$\nabla^2 g_{00} = 8\pi G\rho$$

არაა ტენზორული განტოლება

$$\mathrm{g}_{\mu\nu} = 8\pi G\rho T_{\mu\nu}$$

$$T_{\mu\nu} =$$



ვარჩევთ ტენზორს.

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G\rho T_{\mu\nu}$$

არ გამოგვადგება, ვინაიდან

$$\partial T_{\mu\nu} = 0$$
$$\partial R_{\mu\nu} \neq 0$$

$$\nabla R_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\nabla g_{\mu\nu}R$$

$$\nabla\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right) = 0$$ ეინშტეინმა აღმოაჩინა

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G\rho T_{\mu\nu}}{c^4}$$

$$\nabla g_{\mu\nu} = 0 \ \forall \ const$$

ამიტომ უდნა დაგვემატებინა წევრი:

$$\boxed{R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \wedge\, g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G\rho T_{\mu\nu}}{c^4}}$$

Cosmological constant

Gravitational collapse, Neutron stars, O-V equation

მეტრიკა ვარსკვლავის გარეთ:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dr^2 + \frac{1}{\left(1 - \frac{2M}{r}\right)} dr^2 + r^2 d\Omega_2^2 \qquad (16)$$

მეტრიკა ვარსკვლავის შიგნით:

$$ds^2 = -e^{2\phi(r)} dr^2 + \frac{1}{\left(1 - \frac{2m(r)}{r}\right)} dr^2 + r^2 d\Omega_2^2 \qquad (17)$$

(16) და (17) ემთხვევა ერთმანეთს ვარსკვლავის ზედაპირზე, $r = R$-ში.

$$\begin{gathered} T_{ab} = (p + \rho) u^a u_b + p g_{ab} \\ u^a = (e^{-\phi(r)}, 0,0,0) \\ u_a == (-e^{\phi(r)}, 0,0,0) \\ u^a u_a = -1 \end{gathered} \qquad (18)$$

უნდა ამოვხსნათ ეინშტეინის განტოლებები.

ვიხილავთ სტატიკურ შემთხვევას - $\frac{\partial}{\partial t} = 0.$

$$\begin{aligned} \nabla_a(T_{ab}) &= \nabla_a\big((p+\rho) u^a u_b\big) + \nabla_a(p g_{ab}) \\ &= u^a u_b \nabla_a(p+\rho) + (p+\rho) u_b \nabla_a u^a \\ &\quad + (p+\rho) u^a \nabla_a u_b + \nabla_b p = 0 \end{aligned} \qquad (19)$$

u-ს მხოლოდ დროითი კომპონენტია არანულოვანი, მაგრამ $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$(p+\rho) u^a \partial_b u_b - (p+\rho) u^a \Gamma^c_{ab} u_c$$

0

$$(p+\rho)\, u_b g^{-\frac{1}{2}} \partial_a \left(g^{\frac{1}{2}} u^a\right) = 0$$

0

$$-(p+\rho)u^a \Gamma_{ab}^c u_c + \partial_b p = 0$$

$$\partial_b p = (p+\rho)u^a \Gamma_{ab}^c u_c$$
$$\partial_b p = (p+\rho)u^0 \Gamma_{0b}^0 u_0 = -(p+\rho)\Gamma_{0b}^0$$
$$\Gamma_{0b}^0 = \frac{1}{2} g^{00}(-\cancel{\partial_0 g_{0b}} + \cancel{\partial_0 g_{0b}} + \partial_0 g_{00})$$

$$\Gamma_{0b}^0 = \frac{1}{2}\left(-e^{-2\phi}\frac{\partial}{\partial r}(-e^{2\phi})\right) = \frac{\partial \phi}{\partial r}$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -(p+\rho)\frac{\partial \phi}{\partial r} \tag{20}$$

ნიუტონის პოტენციალი

ძალიან ჰგავს იმას, რაც იყო ნიუტონის ფიზიკაში, ზუსტად ამიტომ ავირჩიეთ მეტრიკა $-e^{2\phi}$.

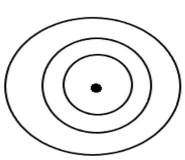
ეინშტეინის განტოლებები:

00
$$\frac{2}{r^2}\frac{\partial m(r)}{\partial r} = 8\pi\rho \tag{21}$$

rr
$$\frac{2}{r}\left(1-\frac{2m(r)}{r}\right)\frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{2m(r)}{r^3} = 8\pi p \tag{22}$$

$$(21) \Rightarrow m(r) = \int_0^r 4\pi\rho {r'}^2\, dr' \tag{23}$$

Energy density



$$\frac{\partial p}{\partial r} = -(p+\rho)\left(8\pi p + \frac{2m(r)}{r^3}\right)\left(\frac{r^2}{2\big(r-2m(r)\big)}\right)$$
$$= \frac{-(p+\rho)}{r(r-2m(r))}(4\pi p r^3 + m(r)$$

$$\downarrow$$

ოპენჰეიმერ-ვოლკოვის განტოლება

- p, ρ-ს ურთიერთკავშირი - მოძრაობის განტოლება.

ნეიტრონული ვარსკვლავები ძალიან მკვრივები არიან. შეგვიძლია წარმოვიდგინოთ, როგორც გადაგვრებული ბირთვული მატერია. ამ დროს I მიახლოებაში შეგვიძლია ჩავთვალოთ:

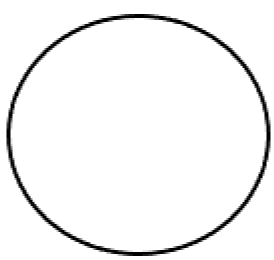
$$\rho = \rho_0$$
$$p = \forall p_0$$

აბსოლუტურად უკუმშვადი მატერია პირველ მიახლოებაში.

(21) გავაინტეგროთ, მივიღებთ:

$$m(r) = \frac{4\pi r^3}{3}\rho_0 \tag{24}$$

$$M = \frac{4\pi R^3}{3}\rho_0 \tag{25}$$



$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{R}$-ში

(24) და (25) ემთხვევა.

(22) გავაინტეგროთ:

$$p(r) = \rho_0 \left[\frac{\left(1 - \frac{2Mr^2}{R^3}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(1 - \frac{2M}{R}\right)^{\frac{1}{2}}}{3\left(\left(1 - \frac{2M}{R}\right)^{\frac{1}{2}}\right) - \left(1 - \frac{2Mr^2}{R^3}\right)^{\frac{1}{3}}} \right] \tag{26}$$

ვარსკვლავის ზედაპირზე - $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{R}$-ში $p = 0$.

ნიუტონის ფიზიკაში არ არსებობს მიზეზი, რის გამოც არ შეიძლება ავაგოთ (არსებობდეს) ნებისმიერად დიდი მასის ვარსკვლავი. ფარდობითობის ზოგად თეორიაში (GR) სხვანაირადაა. (26) ⇒ მნიშვნელი შეიძლება გახდეს 0 ის ტოლი რაღაც M-სთვის. ეს ნიშნავს რომ წნევა იქნება უსასრულობდა და ეს არ შიძლება, არაფიზიურია. აქედან გამომდინარე, მნიშვნელი არ ხდება 0, არ იცვლის ნიშანს და ყოველთვის დადებითია. წნევა 0 ია ვარსკვლავის ცენტრში ანუ $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{0} -$ ში.

დავთვალოთ კრიტიკული მასა.

(26)-ის მნიშვნელი 0 ხდება, როცა:

$$3\left(1 - \frac{2M}{R}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0$$

$$9\left(1 - \frac{2M}{R}\right) = 1$$

$$9 - \frac{18M}{R} = 1$$

$$\frac{18M}{R} = 8$$

$$R = \frac{9}{4}M$$

⇒ არ შეგვიძლია ავაგოთ მოცემული ზომის ვარსკვლევი როწლის მასა მეტი იქნება $\frac{4}{9}R$ -ზე. ასეთი ვარსკვლავი ოდნავ დიდია საკუთარი შვარცშილდის რადიუსზე.

$$R = \frac{9}{\cancel{4}}\frac{\cancel{4}}{3}\pi R^3 \rho_0$$

$$R^2 = \frac{1}{3\pi\rho_0}$$

$$M = \frac{4}{9}\sqrt{\frac{1}{3\pi\rho_0}}$$

მაქსიმალური მასა, რაც შეიძლება ჰქონდეს ვარსკვლავს

$$\textit{ნუკლონის სიმკვრივე} = \frac{\textit{ნუკლონის მასა}}{\textit{ნუკლონის მოცულობა}} \approx 6 \cdot 10^{14}\,\textit{გ}/\textit{სმ}^{-3}$$

$R = 15\ \textit{კმ}$

$M = 6 \cdot 10^{33}\,\textit{გ} = 3\ \mathrm{M}_{\odot}$ ⇒ ვერ იარსებებს ნეიტრონული ვარსკვლავი, როლის მასაც მეტი იქნება 3 მზის მასაზე. ასეთი ვარსკვლავები გადაიქცევიან შავ ხვრელებად.

ჩვენ ამოხსნისას გავაკეთეთ რამდენიმე დაშვება:

- $\rho = \rho_0$
- $p = p_0$
- $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

  რეალური განტოლებებიდან გამოდის, რომ ნეიტრონული ვარსკვლავის მაქსიმალური მასაა 1.3-2.2 $\mathrm{M}_{\odot}$. სტაბილური ამონახსნები არ აქვთ განტოლებებს ამათზე მეტი მასებისთვის, რადაგან როცა $M > M_{crit}$, ეინშტეინის განტოლებებს აღარ აქვთ სტატიკური ამონახსნები და ისინი ხდება დროზე დამოკიდებული.