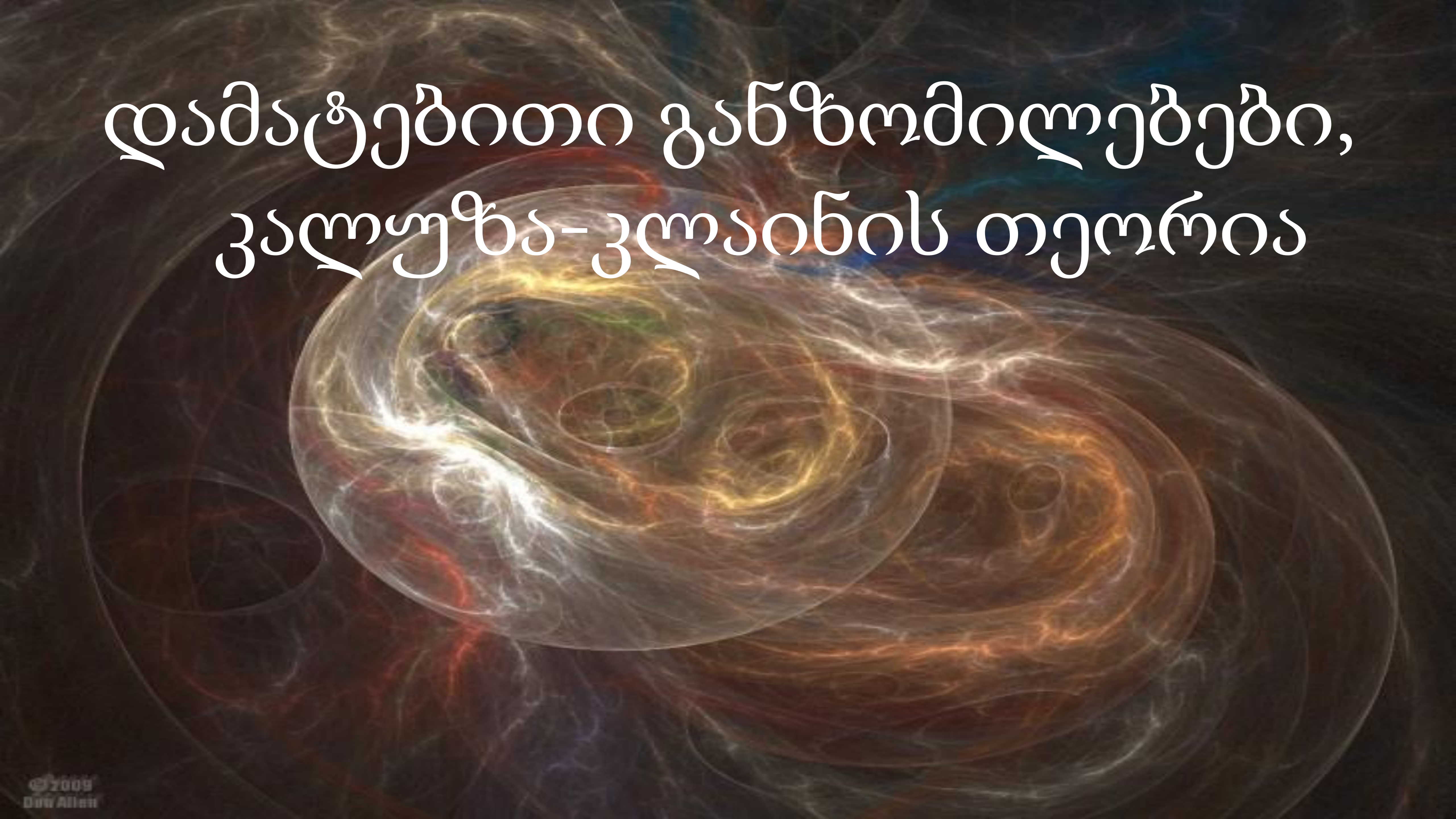
დამატებითი განზომილებები, კალუზა-კლაინის თეორია



შინაარსი:

- განზომილებები ადრე და ახლა;
- Spin Connection Field;
- K-K თეორია, ველის განტოლებები N≥ 4;
- 5D გრავიტაცია;
- მეხუთე კოორდინატის ინტერპრეტაცია;
- შედეგები - მიღწევები/პრობლემები.

განზომილებები ადრე და ახლა:

- ნიუტონი - მასა ფუნდამენტური სიდიდეა, კავშირი სხვა ფიზიკურ სიდიდეებს შორის (მანძილი და დრო) $\longrightarrow$ ბალანსის განტოლება ;

- კოორდინატები: (x,y,z) - ჩვეულებრივი სივრცე, t - ლოკალური დრო;

- ადრეული მიხვედრა განზომილებების დამატების - ძალის ცნება იძლევა საშუალებას ახალი განზომილების შემოტანის მასის საშუალებით (გრავიტაციული ტიპის ძალა), ან მუხტის საშუალებით (ელექტრო-მაგნიტური).

- ....

განზომილებები ადრე და ახლა;

- ასეთი მსჯელობის მართებულობის ილუსტრაცია - $x^4 \equiv ct$ - მეოთხე განზომილების შემოტანა ფუნდამენტური კონსტანტის, სინათლის სიჩქარის საშუალებით.

- შენიშვნა - თანამედროვე ველის თეორიები, როგორიცაა ზოგადი ფარდობითობის თეორია, არაა შეზღუდული კოორდინატებით, ჩაწერილია ტენზორული სახით.

- Kaluza-ს მიერ მეხუთე განზომილების შემოტანა და გრავიტაციისა და ელექტრო-მაგნიტიზმის გაერთიანება, Klein-ის მიერ 5D მიდგომის გამოყენება და ჩვენება თუ როგორი უნდა იყოს განზომილება > 4 .

Spin Connection Filed

ექვივლენტობის პრინციპი ⟶ ზოგადი ფარდობითობის თეორია ინვარიანტულია ლოკალური პუანკარეს გარდაქმნების მიმართ. სპინორის Ψ გარდაქმნა :

$$\Psi(x) \rightarrow \Psi'(x') = M(x)\Psi(x) \qquad (1)$$

დირაკის ქმედება: $S_{D=}\int d^4x\mathcal{L}_D(\Psi,\partial_\mu\Psi)$ (2)

ვარიაცია ამ ქმედების ნულია (ბრტყელი მეტრიკისთვის) ;

ექვივალენტობის პრინციპიდან: $\delta S_{D=}\delta\int d^4x\mathcal{L}_D\left(\Psi,\nabla_\mu\Psi\right) = 0$ (3)

$\nabla_\mu\Psi = (\partial_\mu - \frac{1}{2}S^{ab}\omega_{ab\mu})\Psi$ სადაც $S^{ab} = \frac{i}{4}\{\gamma^a,\gamma^b\}$

$\omega_{ab\mu} = f_b^\alpha e_{a\beta}\Gamma_{\mu\alpha}^\beta$-$f_b^\alpha\partial_\mu e_{a\beta}$ - Spin Connection

K-K თეორია

N=1+4

K-K ქმედება, რომელიც აღწერს უმასო ფერმიონულ ველებს (მხოლოდ გრავიტაციულად):

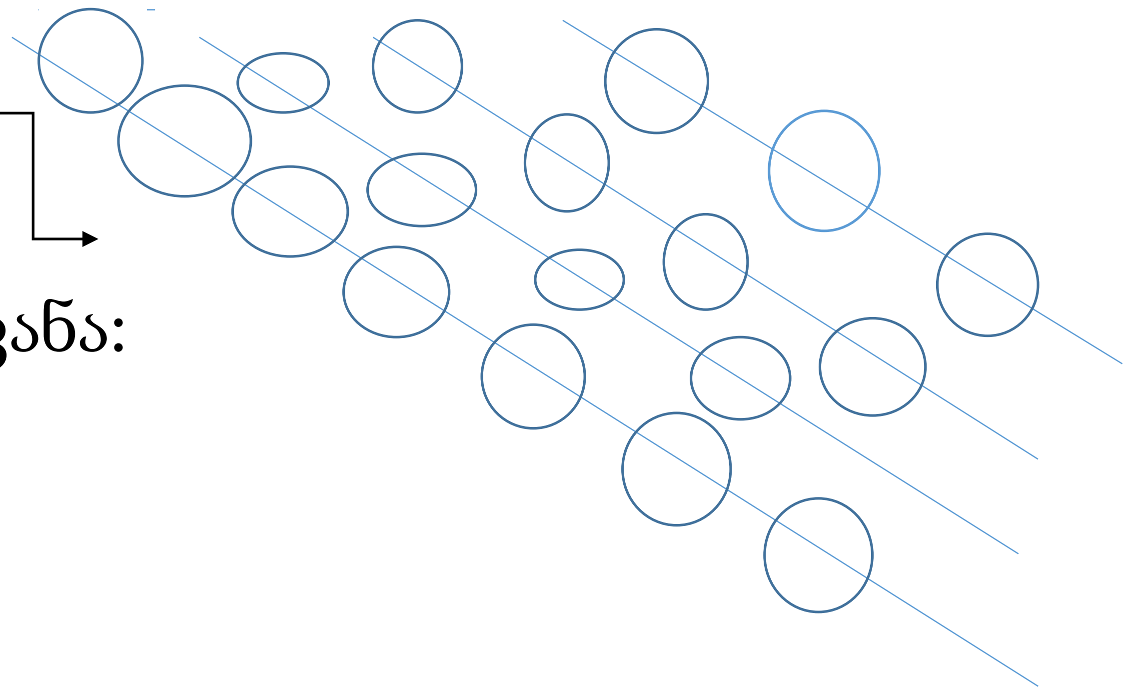
$$S_{KK=}S_D + S_E = \int d^4xE\left(\frac{1}{2}\Psi^+\gamma^0\gamma^\alpha P_{0\alpha}\Psi + h.c\right) - \int d^4xER \qquad (4)$$

E არრის გრავიტაციუი ბმის კონსტანტა და R რიჩის სკალარი;

$P_{0\alpha}$=$f_b^\alpha(P_\alpha$+$\frac{1}{2}S^{ab}\omega_{ab\alpha})$ იმპულსის ოპერატორია.

K-K თეორია

უმარტივესი წარმოდგენა
დამატებითი განზომილების



მეხუთე განზომილების შემოყვანა:

$$\mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_5 = g_{\mu 5} \neq 0.$$

$$\mathbf{e}_\mu = \mathbf{e}_{\mu\perp} + \mathbf{e}_{\mu\|}, \quad \mathbf{e}_{\mu\perp} \cdot \mathbf{e}_5 = 0$$

$$\mathbf{e}_{\mu\|} = \frac{g_{\mu 5}}{g_{55}} \mathbf{e}_4.$$

$$g_{\mu\nu} = \mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = g^{(4)}_{\mu\nu} + \frac{g_{\mu 5} g_{\nu 5}}{g_{55}},$$

$$B_\mu = \frac{g_{\mu 5}}{g_{55}},$$

$$\Phi = g_{55},$$

K-K თეორია და 5D გრავიტაცია

მეტრიკული ტენზორი:

$$\hat{g}_{mn} = \left(\begin{array}{c|c} \eta_{mn} + \Phi B_m B_n & \Phi B_m \\ \hline \Phi B_n & \Phi \end{array}\right),$$

მეტრიკული ტენზორის შებრუნებული ტენზორი:

$$\hat{g}^{mn} = \left(\begin{array}{c|c} \eta^{mn} & -B^m \\ \hline -B^n & \frac{1}{\Phi} + B_{m'} B^{m'} \end{array}\right).$$

$$\hat{e}^{a}_{\ \alpha} = \left(\begin{array}{c|c} \delta^m_\mu & 0 \\ \hline \sqrt{-\Phi} B_\mu & \sqrt{-\Phi} \end{array}\right)$$

$$\hat{f}^{\alpha}_{\ a} = \left(\begin{array}{c|c} \delta^\mu_m & -B_m \\ \hline 0 & \frac{1}{\sqrt{-\Phi}} \end{array}\right).$$

$$\partial_5 \hat{g}_{\alpha\beta} = 0.$$

$$g'_{\mu 5} = \frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^5}{\partial x'^5} g_{\nu 5} + \frac{\partial x^5}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^5}{\partial x'^5} g_{55},$$

5D გრავიტაცია

- აინშტაინის ქმედება 5D-ში: $$S_E = -\hat{\alpha}\int d^5xE\hat{R},$$

  - რიჩის სკალარი : $$\hat{R} = R^{(4)} - \frac{1}{4}\Phi F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{2}{\sqrt{-\Phi}}\partial_\mu\partial^\mu\sqrt{-\Phi}$$

    - 5D ფერმიონული ველი:

$$S_D = \int d^5x\sqrt{-\Phi}(\frac{1}{2}\Psi^\dagger\gamma^0\gamma^a f_a^\alpha(p_\alpha + \frac{1}{2}S^{cd}\omega_{cd\alpha})\Psi + h.c.).$$

$$S_D = \int d^5x(\frac{1}{2}\Psi^\dagger\gamma^0(\gamma^m(p_m - \frac{p_5}{\sqrt{\alpha}}A_m) + \gamma^5p_5 + \gamma^a f_a^\alpha\frac{1}{2}S^{cd}\omega_{cd\alpha})\Psi + h.c.).$$

5D გრავიტაცია

- მუხტი და მასა, ორივე დაკავშირებულია დამატებით განზომილებაში მოძრაობასთან

$$q = \frac{p_5}{\sqrt{\alpha}}$$

$$m = p_5.$$

- განვიხილეთ უმარტივესი შემთხვევა - მეხუთე განზომილება ჩახვეულია 4D სივრცის წერტილებში. ასეთ შემთხვევაში:

$$x^5 = x^5 + 2\pi R.$$

- ველის ფურიე გაშლა:

$$\Psi = \sum_n \Psi_n(x^\mu) Y_n(x^5),$$

5D გრავიტაცია

$$Y_n(x^5) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}} e^{-inx^5/R}$$

$$-\partial_5^2 Y_n = \frac{n^2}{R^2} Y_n.$$

$$S_D = \int d^5x \sqrt{-\Phi} \left(\frac{1}{2} \Psi^\dagger \gamma^0 \gamma^a f^\alpha_a \left(p_\alpha + \frac{1}{2} S^{cd} \omega_{cd\alpha}\right) \Psi + h.c. \right).$$

მასის და მუხტის დაკვანტვის პირობა:

$$q_n = \frac{n}{R\sqrt{\alpha}},$$

$$m_n = \frac{n}{R}.$$

ველის განტოლებები N≥4

N=4 (α,β=0,123) აინშტაინის განტოლებები:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} + \Lambda g_{\alpha\beta} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta} \qquad (1)$$

ვაკუუმში: $R_{\alpha\beta} = \Lambda g_{\alpha\beta}$, ჩვეულებრივი მატერიისთვს: $R_{\alpha\beta} = 0.$ (2)

N=5 (A,B=0,123,4)

ვაკუუმში: $R_{AB} = 0$ (3)

…………

შედეგები და პრობლემები

- მიღწევები:
  - გვაძლევს ენერგია-იმპულსის ტენზორს გეომეტრიიდან (ე-მ ველის გათვალისწინებით)
  - თეორიულად შესაძლებელია ექსპერიმენტული დაკვირვება
  - გრავიტაციის და ე-მ-ს გაერთიანების შესაძლებლობა;
  - მეხუთე განზომილება შეიძლება ინტერპრეტირდეს, როგორც უძრაობის მასა.
- პრობლმები:
  - ფიზიკური სიდიდეები დამოკიდებულია მეხუთე განზომილებაზე
  - ჯერ-ჯერობით დამატებითი განზომილებების ექსპერიმენტული ტკიცებულება არ გვაქვს

გმადლობთ ყურადღებისთვის!