კვანტური კომპიუტერები

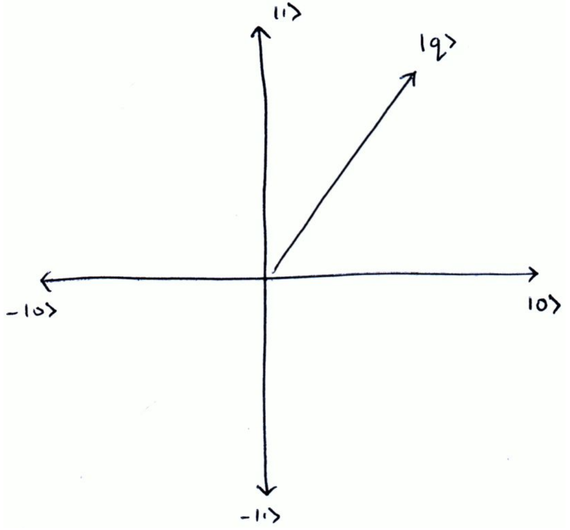
19 ივნისი, 2020

ლანა რეხვიაშვილი

1. კუბიტი, სუპერპოზიცია, და გაზომვა
2. ერთ კუბიტზე ოპერაციები
3. კვანტური წრედები
4. ორ კუბიტზე ოპერაციები
5. წრედების მაგალითები

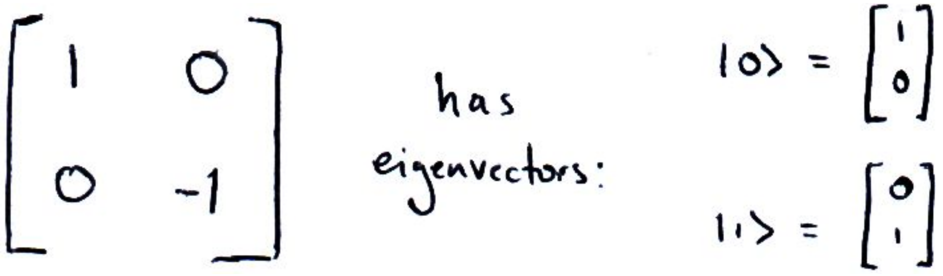
კუბიტი, სუპერპოზიცია და გაზომვა

კვანტური რეგისტრის მდგომარეობა შეგვიძლია დავახასიათოთ ვექტორით $|\psi\rangle$ ჰილბერტის სივრცეში, რომელიც შეიცავს ყველაფერს რაც შეგვიძლია ვიცოდეთ სისტემაზე.



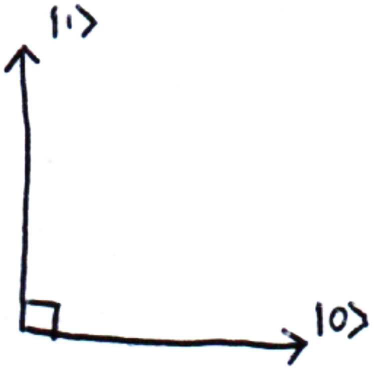
რომ გამვზომოთ კვანტური რეგისტრი, ერმიტული ოპერატორი A უნდა ვამოქმედოთ მასზე.

გაზომვის შედეგად რეგისტრი A-ს რომელიმე საკუთარ ვექტორზე განიცდის კოლაფსს, $|a|^2$ ალბათობით, სადაც ‘a’ ამპლიტუდაა შესაბამისი საკუთარი ვექტორის.



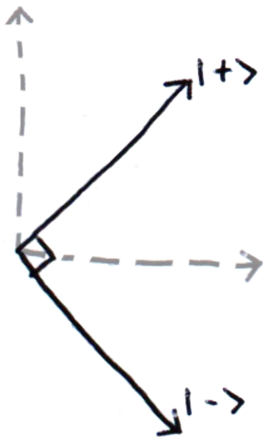
$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$



$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle + |1\rangle \right)$$

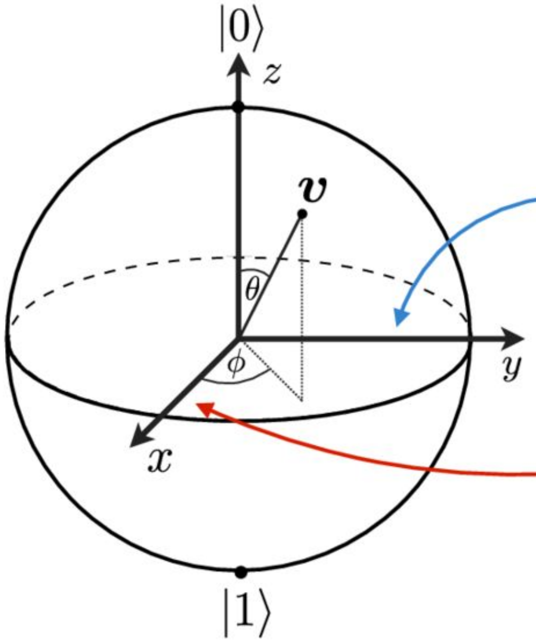
$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|0\rangle - |1\rangle \right)$$

$$-i|0\rangle + i|1\rangle \quad \text{is equivalent to:} \quad |0\rangle - |1\rangle$$

$$|q\rangle = \cos\left(\theta/2\right)|0\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\theta/2\right)|1\rangle$$

State Vector → **Bloch Sphere coordinates**

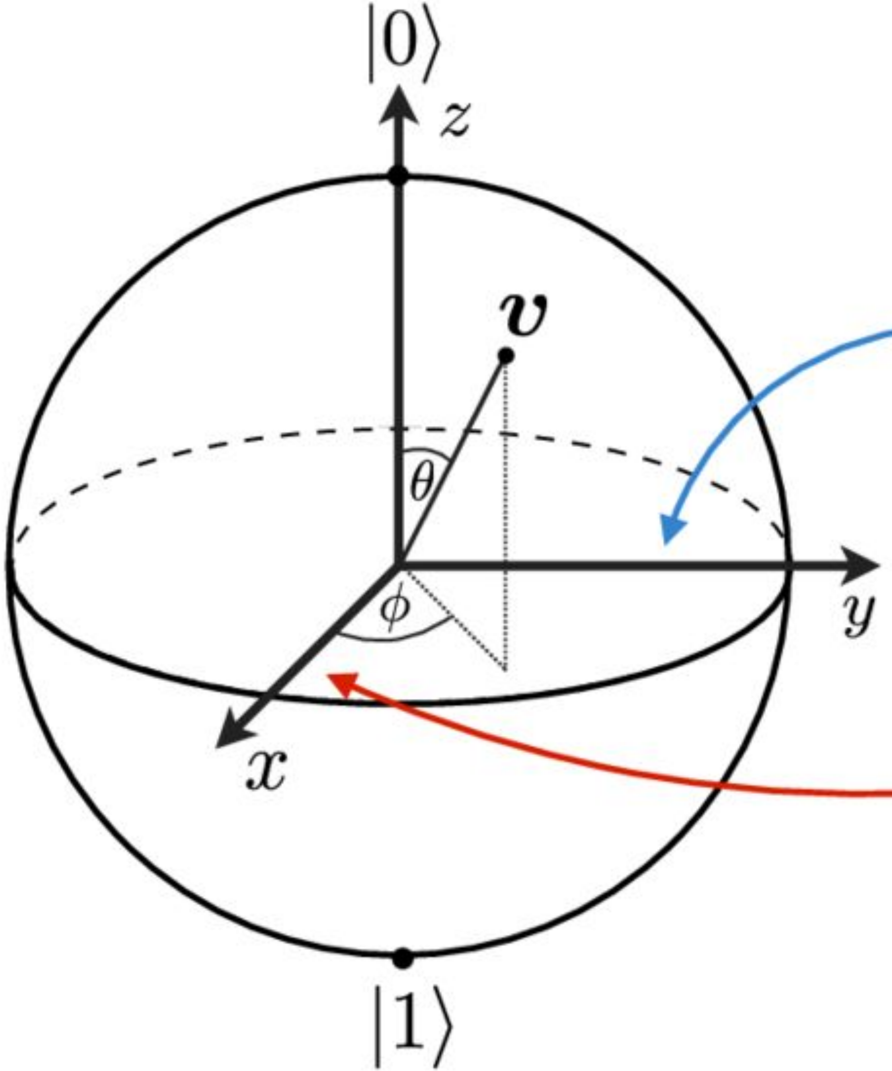
$$|q\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{array}{cl} \begin{bmatrix} 1 \\ \pi/2 \\ \pi/2 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} \leftarrow r \\ \leftarrow \theta \\ \leftarrow \phi \end{array} \end{array}$$



Pole states:

$$|i+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$$
$$|i-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$
$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$



Pole states:

$$|i+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i|1\rangle)$$
$$|i-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$
$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$

ოპერაციები ერთ კუბიტზე

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X|q\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix}$$

$$X|0\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = |1\rangle$$

$$X|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = |0\rangle$$

$$X|+\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = |+\rangle$$

$$X|-\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = -|-\rangle$$

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \qquad Z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$H|0\rangle = |+\rangle \qquad H|1\rangle = |-\rangle$

$H|+\rangle = |0\rangle \qquad H|-\rangle = |1\rangle$

Phase Shift

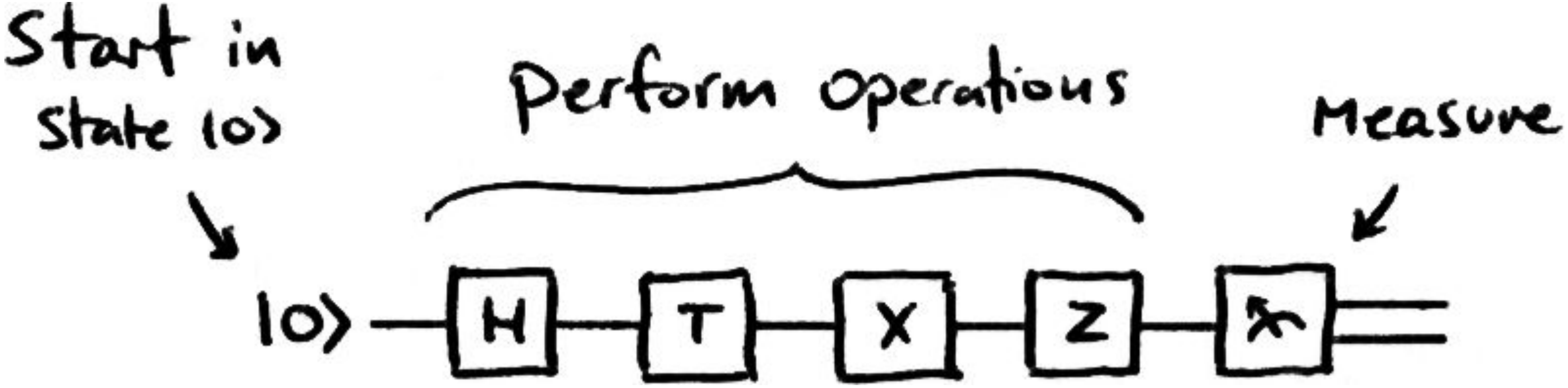
$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}$$

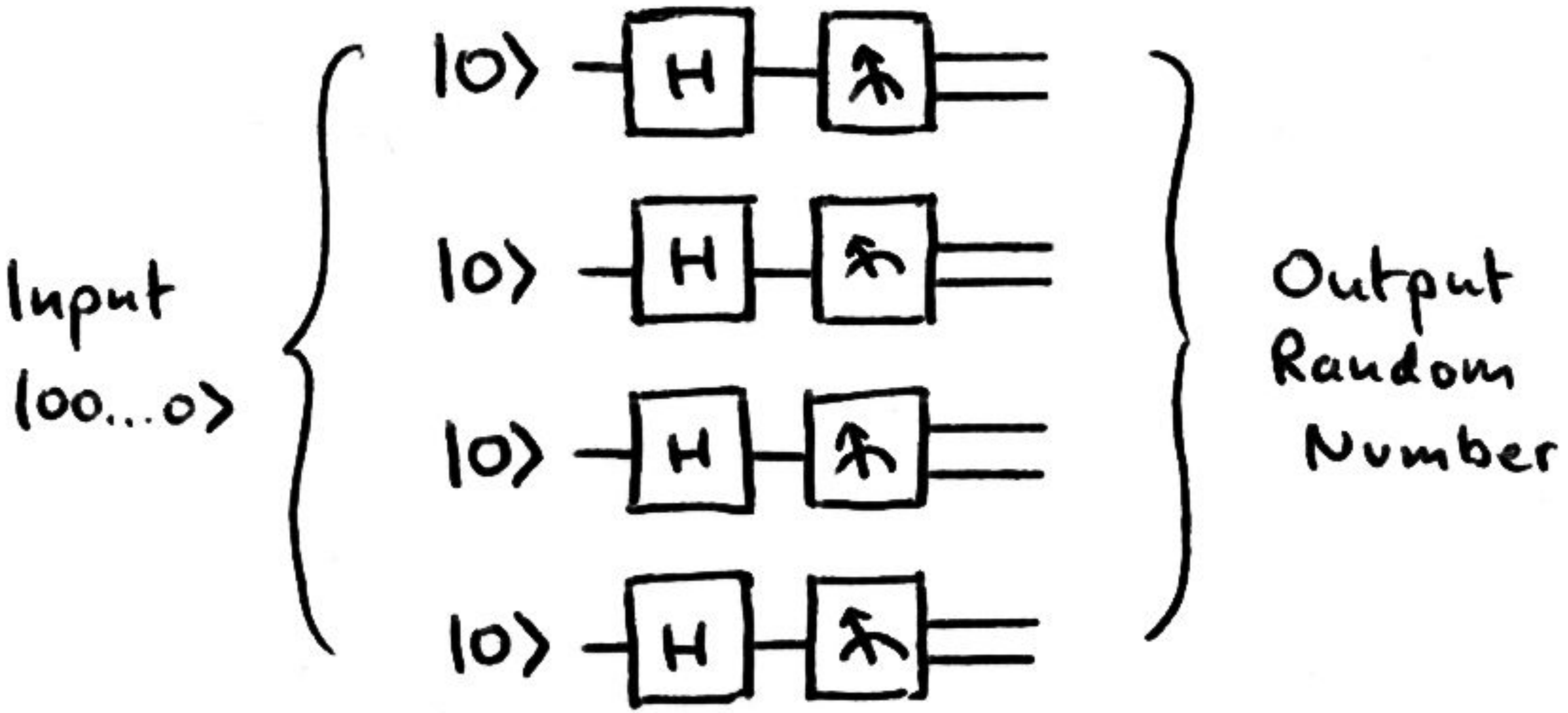
Inverse Phase Shift

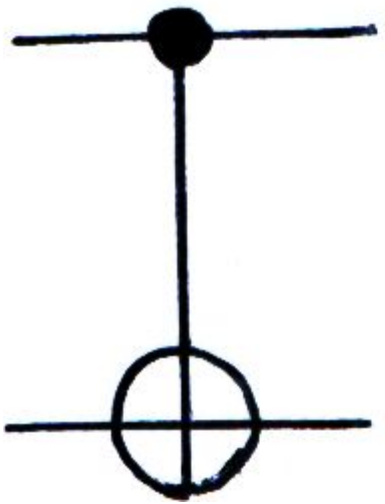
$$R_\phi^\dagger = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i\phi} \end{bmatrix}$$

$$T = R_{\pi/4} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{\frac{i\pi}{4}} \end{bmatrix} \quad Z = R_\pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$TTTT|q\rangle = Z|q\rangle$$

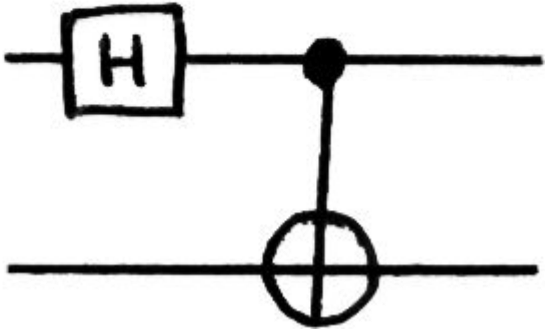

Start in
state |0⟩
Perform operations
Measure
|0⟩
H
T
X
Z


Input
|00...0⟩
|0⟩
|0⟩
|0⟩
|0⟩
H
H
H
H
Output
Random
Number



$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|c\rangle \otimes |t\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = a|00\rangle + b|01\rangle + c|10\rangle + d|11\rangle$$



$$\mathrm{CNOT}|+0\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{CNOT}|+0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

will always measure <u>both</u> on or <u>both</u> off

კვანტური წრედების სიმულაცია:
https://algassert.com/quirk

მადლობა ყურადღებისთვის!

წყაროები:
A. Barenco, C. Bennett, R. Cleve, D. DiVincenzo, N. Margolus, P. Shor, T. Sleator, J. Smolin, and H. Weinfurter. (1995)cite arxiv:quant-ph/9503016Comment: 31 pages, plain latex, no separate figures, submitted to Phys. Rev. A. Related information on http://vesta.physics.ucla.edu:7777/.

Cnot.io. 2020. Introduction to Quantum Computing | CNOT. [online] Available at: <https://cnot.io/> [Accessed 19 June 2020].